

УДК 624.042.5:624.042.63

АНАЛІЗ ТЕМПЕРАТУРНОГО ВПЛИВУ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ЦИЛІНДРИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ІНЖЕНЕРНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Б. Глова, к. ф.-м. н.

ORCID ID: 0000-0002-6956-7801

Львівський національний університет природокористування

Т. Глова, к. ф.-м. н.

ORCID ID: 0000-0001-5031-5244

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана П. Сагайдачного

<https://doi.org/10.31734/architecture2025.26.013>

Глова Б., Глова Т. Аналіз температурного впливу на напружено-деформований стан циліндричних елементів інженерних конструкцій

Інтенсивний розвиток монолітно-каркасного будівництва вимагає вдосконалення методів розрахунку конструктивних елементів. Особливої уваги потребують сталеві колони – критично важливі складові, від надійності яких залежить загальна безпека споруди.

Зауважено, що під час пожежі основним руйнівним чинником для будівельних конструкцій є висока температура та її градієнт, які призводять до інтенсивного прогріву матеріалів. Характер такого температурного впливу визначається низкою факторів: температурою продуктів горіння, умовами теплообміну між поверхнею конструкції та навколишнім середовищем. Для оцінки несучої здатності та збереження цілісності конструкції необхідно враховувати термонапружений стан, спричинений нерівномірним прогрівом. Температурні напруження можуть аналізуватись окремо від механічних, адже в рамках лінійної термопружності загальні напруження є сумою цих складових.

Досліджено нестационарне температурне поле у сталевих колонах, що змінюється з часом під час раптового охолодження, враховуючи крайові умови другого роду. За допомогою перетворення Лапласа отримано аналітичні залежності, що описують розподіл температури в колоні.

На основі отриманих температурних полів визначено напружено-деформований стан колони. Результати подано у вигляді графіків, які демонструють вплив теплофізичних і механічних властивостей сталі на розподіл температурних напружень по товщині колони.

Встановлено, що радіальні напруження діють на стиск по всій товщині колони та зменшуються до нуля на її зовнішній поверхні. Максимальні значення спостерігаються в центрі колони й зростають з часом. Осьові та тангенціальні напруження, навпаки, мають максимальні значення на зовнішній поверхні та діють на розтяг. Саме тут, унаслідок розтягувальних деформацій, можуть виникати тріщини та інші пошкодження.

Ключові слова: сталева колона, розподіл температури, температурні напруження, деформація, вогнестійкість.

Hlova B., Hlova T. Analysis of the temperature effect on the stress-strain state of cylindrical elements of engineering structures

The rapid development of monolithic frame construction necessitates improved methods for calculating structural elements. Special attention must be given to steel columns, as they are critical components whose reliability directly impacts the overall safety of a building.

During a fire, the primary destructive factor for building structures is high temperature and the associated spatial gradient, which leads to intense heating of materials. The nature of this thermal impact depends on several factors, including the temperature of combustion products and the conditions of heat exchange between the surface of the structure and the surrounding environment. To assess the load-bearing capacity and maintain structural integrity under fire conditions, it is essential to consider the thermally induced stress state caused by uneven heating. Thermal stresses can be analyzed separately from mechanical stresses since, within the framework of linear thermoelasticity, the total stress is the sum of these components.

This study explores the transient temperature field in steel-reinforced concrete columns, which evolves under conditions of sudden cooling. Second-kind boundary conditions were taken into account. By utilizing Laplace transformation, analytical expressions were developed to describe the temperature distribution within the column.

Based on the derived temperature fields, the stress-strain state of the column was determined. The results are presented in graphical format, illustrating the influence of the thermophysical and mechanical properties of steel on the distribution of thermal stresses across the column's thickness.

The findings indicate that radial stresses remain in compression throughout the column's thickness and decrease to zero at the outer surface. The maximum values of these stresses occur at the center of the column and increase over time. In contrast, axial and tangential stresses reach their peak values at the outer surface and act in tension. Consequently, cracks and other types of damage may develop on the external surface due to tensile deformations.

Keywords: steel column, temperature distribution, temperature stress, deformation, fire resistance.

Постановка проблеми. Сучасний динамічний розвиток монолітно-каркасного будівництва вимагає вдосконалення методологій розрахунку несучих елементів будівельних конструкцій. Особливе значення мають сталеві колони, які є критично відповідальними елементами каркасних систем, оскільки їхня міцність безпосередньо впливає на експлуатаційну надійність і безпеку споруди загалом. Порушення міцності цих елементів може призвести до критичних конструктивних ушкоджень та аварійних ситуацій.

У разі виникнення пожежі основним руйнівним фактором, що впливає на будівельні конструкції, є підвищення температури та її градієнт. Інтенсивність теплового навантаження визначається низкою параметрів, серед яких необхідно виділити температуру продуктів горіння, умови теплообміну між поверхнею конструкції і навколишнім середовищем, теплофізичні властивості матеріалів, а також тривалість впливу тепла.

Для обґрунтованої оцінки несучої здатності конструкції і аналізу ризику втрати її цілісності необхідно враховувати термонапружений стан, що виникає внаслідок нерівномірного розподілу температур. Температурні напруження, які формуються у матеріалі конструкції, доцільно розглядати окремо від механічних, оскільки в межах лінійної термopружності повні напруження є сумою температурних і механічних компонент.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Основні положення теорії теплопровідності, а також вплив температурних полів на напружено-деформований стан конструктивних елементів висвітлені у працях [4; 7], тоді як питання температурних навантажень на властивості бетону та залізобетону розглянуті у працях [1–3; 5; 6]. Аналіз наявних досліджень показує, що проблема комплексної оцінки стану конструкцій під дією температурних навантажень досі залишається недостатньо вивченою. З огляду на це, дослідження бетонних та залізобетонних конструкцій, зокрема циліндричних елементів, що піддаються термосиловим впливам, є надзвичайно актуальним та важливим напрямом. Актуальність теми підтверджується зростанням кількості аварійних випадків у спорудах, пов'язаних із дією високо-температурних впливів великої інтенсивності в останні роки.

Постановка завдання. Наше завдання – дослідити напружено-деформований стан сталевих конструкцій за раптового їх охолодження, розробити математичну модель напружено-деформо-

ваного стану будівельних конструкцій з урахуванням температурних напружень. Одержані аналітичні залежності, які дали змогу дослідити температурні навантаження на вогнестійкість за несучою здатністю. Досліджено величину температурних напружень від фізико-механічних характеристик сталі.

Одержана методика дозволяє підбором геометричних розмірів та механічних і теплофізичних параметрів сталі забезпечити максимально можливу ступінь вогнестійкості за умов високих температур.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо циліндричну колону радіуса R , початкова температура якої, T_0 , раптово охолоджується до температури 0°C . Дослідимо температурне поле колони, яке змінюється з радіусом і часом.

Для знаходження температурного розподілу за товщиною колони, яке змінюється з часом, розв'яжемо диференціальне рівняння нестационарної теплопровідності [4]

$$\frac{\partial T(r,t)}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right), \quad t > 0; \quad (1)$$

$$0 < r < R$$

з початковою та крайовими умовами

$$T(r, 0) = T_0, \quad (2)$$

$$T(R, t) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial T(0,t)}{\partial r} = 0, \quad (4)$$

де a – коефіцієнт температуропровідності, $\frac{\text{м}^2}{\text{с}}$; c – питома теплоємність, $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$; λ – коефіцієнт теплопровідності, $\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$; ρ – густина; $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, t – час, с.

Розв'язок рівняння (1) при крайових умовах (2)–(4) має вигляд

$$T(r,t) = T_0 \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0 \left(\beta_n \frac{r}{R} \right) e^{-p_n t}, \quad (5)$$

де $J_0 \left(\beta_n \frac{r}{R} \right)$, $J_1(\beta_n)$ – функції Бесселя нульового і першого порядку I-го роду відповідно, а β_n – корені рівняння $J_0(\beta) = 0$ і коефіцієнти ряду (5)

мають вигляд $A_n = \frac{2}{\beta_n J_1(\beta_n)}$ і $p_n = \frac{\lambda}{c\rho} \frac{\beta_n^2}{R^2}$.

За формулою (5) проведений розрахунок температурного поля сталеві колони вздовж радіуса r при таких параметрах:

$$T_0 = 200 \text{ } ^\circ\text{C}, R = 0.1 \text{ м}, \rho = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

$$\lambda = 58 - 0.042T_0 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}},$$

$$c = (0.47 + 2.1 \cdot 10^{-4} T_0) \cdot 1000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

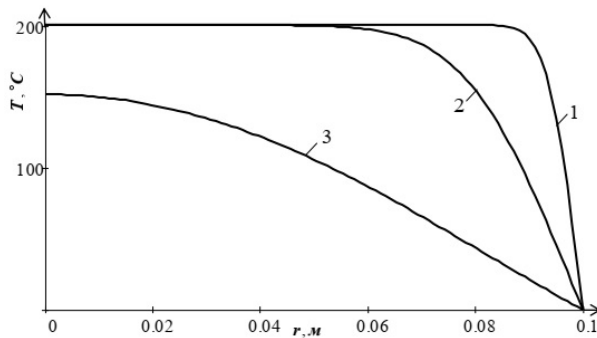


Рис. 1. Розподіл температури вздовж радіуса сталеві колони залежно від часу 1-1 с, 2-10 с, 3-100 с

Аналіз рис. 1 показує, що в початковий момент часу охолодження сталеві колони відбувається переважно на її поверхні. Через одну секунду спостерігається значний температурний градієнт між зовнішнім шаром і центральною частиною колони. Це свідчить про інтенсивне охолодження поверхні при майже незмінній температурі в центрі.

Через десять секунд теплова хвиля просувається вглиб колони, і температура в центрі починає знижуватись. Температурний градієнт зменшується, однак залишається достатньо значним, щоб викликати внутрішні термічні напруження. Через 100 секунд температура по всьому радіусу колони майже вирівнюється, і колона наближається до квазівстановленого теплового стану.

Отже, з рисунка видно, що найбільший температурний градієнт виникає на початкових етапах охолодження, особливо поблизу поверхні колони. Це може призвести до значних термічних напружень, які необхідно враховувати при оцінці міцності і несучої здатності сталеві конструкції в умовах різкого температурного впливу.

Тому потрібно дослідити температурні напруження для оцінки її несучої здатності, адже нерівномірний розподіл температури в матеріалі може спричинити значні внутрішні деформації, які здатні знизити міцність конструкції, викликати тріщиноутворення або навіть втрату стійкості.

Температурні напруження, які виникають у конструкціях, можна вивчати незалежно від механічних напружень, оскільки внаслідок лінійності рівнянь термопружності повні величини напружень отримують шляхом додавання температурних і механічних напружень.

Розглянемо напружено-деформований стан колони, торці якої закріплені, тобто осьове відносне видовження $\varepsilon_z = 0$. Радіальне переміщення U точок поперечного перерізу колони можна знайти розв'язавши диференціальне рівняння [7]

$$\frac{d^2 U(r,t)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU(r,t)}{dr} - \frac{U(r,t)}{r^2} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_t \frac{dT(r,t)}{dr}, \quad (6)$$

де U – переміщення, м; α_t – температурний коефіцієнт лінійного розширення, $\frac{1}{\text{К}}$; ν – коефіцієнт Пуассона.

Рівняння (6) можна переписати у вигляді

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d(rU(r,t))}{dr} \right] = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_t \frac{dT(r,t)}{dr}, \quad (7)$$

яке після інтегрування буде мати вигляд

$$U(r,t) = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_t \frac{1}{r} \int_0^r T(r,t) r dr + C_1 r + \frac{C_2}{r}. \quad (8)$$

Напруження, які діють у радіальному σ_r , тангенціальному σ_θ та осьовому σ_z напрямках, запишемо у вигляді [7]

$$\sigma_r(r,t) = -\frac{\alpha_t E}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \int_0^r T(r,t) r dr + \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{C_1}{1-2\nu} - \frac{C_2}{r^2} \right),$$

$$\sigma_\theta(r,t) = \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \int_0^r T(r,t) r dr + \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{C_1}{1-2\nu} + \frac{C_2}{r^2} \right) - \frac{\alpha_t E T(r,t)}{1-\nu},$$

$$\sigma_z(r,t) = C_1 \frac{2E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} - \frac{\alpha_t E T(r,t)}{1-\nu}.$$

де E – модуль Юнга, Па.

Сталі C_1 і C_2 знаходять із граничних умов, тобто з відсутності переміщень $U = 0$ при $r = 0$ та рівності нулю радіальних напружень $\sigma_r|_{r=R} = 0$.

Отже,

$$U(r,t) = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_t \left((1-2\nu) \frac{r}{R^2} \int_0^R T(r,t) r dr + \frac{1}{r} \int_0^r T(r,t) r dr \right), \quad (9)$$

$$\sigma_r(r,t) = \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \left(\frac{1}{R^2} \int_0^R T(r,t) r dr - \frac{1}{r^2} \int_0^r T(r,t) r dr \right), \quad (10)$$

$$\sigma_\theta(r,t) = \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \left(\frac{1}{R^2} \int_0^R T(r,t) r dr + \frac{1}{r^2} \int_0^r T(r,t) r dr - T(r,t) \right), \quad (11)$$

$$\sigma_z(r,t) = \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \left(\frac{2\nu}{R^2} \int_0^R T(r,t) r dr - T(r,t) \right). \quad (12)$$

Підставивши залежність температури від часу (5) у рівняння (10)–(12), знайдемо радіальні, тангенціальні та осьові напруження відповідно

$$\sigma_r(r,t) = \frac{2\alpha_i E T_0}{1-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta_n^2 t} \left[\frac{1}{\beta_n^2} - \frac{1}{\beta_n^2} \frac{R}{r} \frac{J_1\left(\beta_n \frac{r}{R}\right)}{J_1(\beta_n)} \right], \quad (13)$$

$$\sigma_\theta(r,t) = \frac{2\alpha_i E T_0}{1-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta_n^2 t} \left[\frac{1}{\beta_n^2} + \frac{1}{\beta_n^2} \frac{R}{r} \frac{J_1\left(\beta_n \frac{r}{R}\right)}{J_1(\beta_n)} - \frac{J_0\left(\beta_n \frac{r}{R}\right)}{\beta_n J_1(\beta_n)} \right], \quad (14)$$

$$\sigma_z(r,t) = \frac{2\alpha_i E T_0}{1-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta_n^2 t} \left[\frac{2}{\beta_n^2} - \frac{J_0\left(\beta_n \frac{r}{R}\right)}{\beta_n J_1(\beta_n)} \right]. \quad (15)$$

Розрахунки проводились за формулами (13)–(15) при таких параметрах:

$$T_0 = 200 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad R = 0.1 \text{ м}, \quad \rho = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

$$\lambda = 58 - 0.042 T_0 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \quad c = (0.47 + 2.1 \cdot 10^{-4} T_0) \cdot 1000$$

$$\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \quad \alpha_i = 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}}, \quad E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}, \quad \nu = 0.28.$$

Результати розрахунків представлені графічно на рис. 2–3.

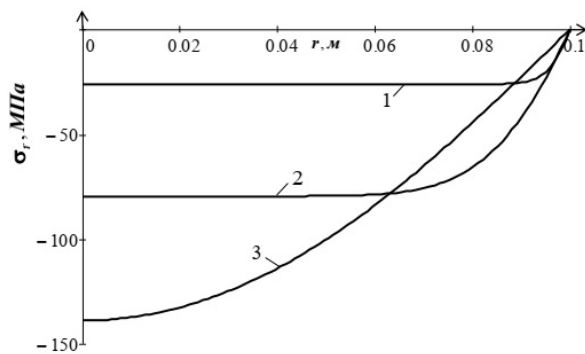


Рис. 2. Радіальні напруження в сталевій колоні залежно від часу
1-1 с, 2-10 с, 3-100 с

Аналіз графічних досліджень рис. 2 показує, що при $t=100$ с радіальні напруження діють на стиск і $\sigma_r(0,t)=139$ МПа.

Із зростанням часу видно поступове збільшення величини стискаючих напружень у центральній частині колони. Найбільше значення досягається при $t=100$ с у центрі. Це вказує на інтенсивне охолодження периферії колони та зростання температурного градієнта між поверхнею і центром колони.

Зміна характеру напружень у часі показує, що процес охолодження призводить до накопичення значних внутрішніх стискаючих сил, що потребує врахування при оцінці міцності й тріщиностійкості конструкції. Особливо небезпечними можуть бути залишкові термічні напруження, які здатні викликати деформації або втрату цілісності матеріалу після завершення теплових процесів.

Аналіз рис. 3 показує, що тангенціальні напруження по всьому радіусу перерізу є стискаючими, за винятком ділянки поблизу зовнішньої поверхні, де вони поступово зменшуються до нуля. При цьому у центрі колони спостерігаються максимальні стискаючі значення тангенціальних напружень. Розподіл напружень свідчить про наявність внутрішніх деформацій розтягу в напрямку оболонки, які врівноважуються стискаючими напруженнями у внутрішній частині.

Осьовий розподіл напружень є важливим критерієм оцінки напружено-деформованого стану сталевій колоні під час теплового впливу. На рис. 4 наведено зміну осьових напружень уздовж радіуса колони залежно від часу охолодження. Ці дані дозволяють оцінити величину та характер напружень, що виникають внаслідок нерівномірного температурного поля та визначити потенційно небезпечні зони для цілісності конструкції.

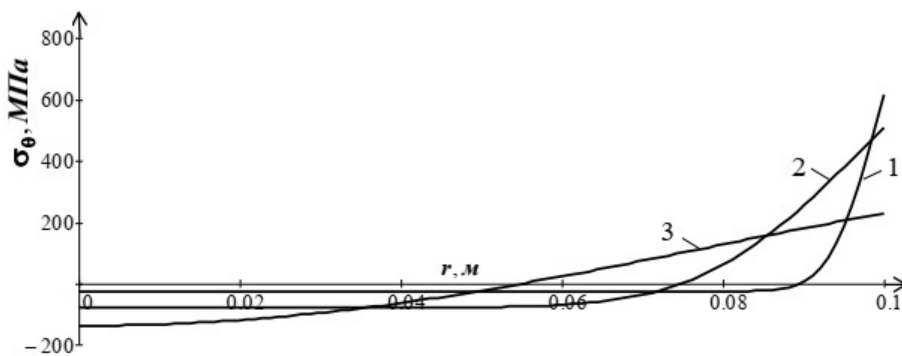


Рис. 3. Тангенціальні напруження у сталевій колоні залежно від часу
1-1 с, 2-10 с, 3-100 с

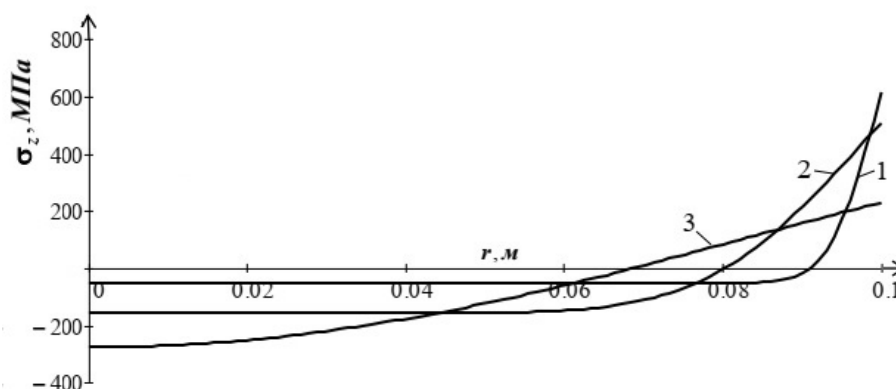


Рис. 4. Осьові напруження в сталевій колоні залежно від часу
1-1 с, 2-10 с, 3-100 с

Аналіз графічних досліджень рис. 4 показує, що у внутрішніх шарах також переважають стискаючі осьові напруження і збільшуються з часом. Найбільший градієнт виникає при початковому охолодженні колони.

У центрі колони виникають напруження на стиск, але з поступовим переходом до зовнішнього шару спостерігається інтенсивне зростання напружень, які діють на розтяг. Також спостерігаються стискаючі напруження, тоді як до зовнішнього шару вони поступово змінюються на розтягувальні, інтенсивно зростаючи.

Висновки. Отримані графічні залежності радіальних, тангенціальних та осевих напружень від радіуса в результаті дії температурного поля в сталевих колонах. Радіальні напруження у сталевих колонах діють на стиск у всіх точках і перетворюються на нуль на зовнішній поверхні колони. Максимальних значень радіальні напруження досягають у центрі колони і вони збільшуються з часом.

Осьові та тангенціальні температурні напруження у нашому випадку досягають свого максимального абсолютного значення на зовнішній поверхні колони, і ці напруження діють на розтяг, тому тріщини чи інші пошкодження виникають на зовнішній поверхні колони.

Отже, враховуючи результати досліджень, можна підібрати оптимальні параметри, за яких виникатимуть мінімальні температурні напруження для конкретної сталеві конструкції.

Бібліографічний список

1. Глова Т. Я., Ковальчук Р. А., Кузніцька Б. М. Дослідження напружено-деформованого стану циліндричних елементів інженерних споруд спеціального призначення за дії температурного навантаження. *Військово-технічний збірник*. Львів: НАСВ-2019. № 20. С. 3–8.
2. Глова Б., Глова Т., Петрученко О., Терещук О. Дослідження напружено-деформованого стану порожнистих циліндричних елементів інженерних споруд спеціального призначення за дії температурного впливу. *Вісник Львівського національного університету природокористування. Архітектура і сільськогосподарське будівництво*. 2023. № 24. С. 36–44.
3. Глова Б., Глова Т. Дослідження напружено-деформованого стану циліндричних елементів інженерних конструкцій під дією температурних впливів. *Вісник Львівського національного університету природокористування. Серія «Архітектура та будівництво»*. 2024. № 25. С. 16–21. <https://doi.org/10.31734/architecture2024.25.016>
4. Ликов А. В. Некора О. В., Харишин Д. В. Теорія теплопровідності. Київ: Вища школа, 1967. 600 с.
5. Семерак М. М., Некора О., Харишин Д. Напружено-деформований стан трубобетонної колони в умовах термосилового впливу пожежі. *Пожежна безпека: зб. наук. праць*. 2017. № 31. С. 115–124.
6. Семерак М. М., Харишин Д. Вплив фізико-механічних характеристик металу і бетону на термонапружений стан трубобетонних колон за умов нагріву. *Вісник Львівського державного університету безпеки життєдіяльності*, 2018. № 15. С. 165–172.
7. Тимошенко С. П., Гудер Дж. Теорія пружності. М.: Наука. 1975. 576 с.

Стаття надійшла 01.02.2025