

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ІНЖЕНЕРНИХ СПОРУД ЗА ДІЇ ТЕМПЕРАТУРНОГО ВПЛИВУ

Б. Глова, к. ф.-м. н.

ORCID ID: 0000-0002-6956-7801

Львівський національний університет природокористування

Т. Глова, к. ф.-м. н.

ORCID ID: 0000-0001-5031-5244

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана П. Сагайдачного

<https://doi.org/10.31734/architecture2024.25.016>

Глова Б., Глова Т. Дослідження напружено-деформованого стану циліндричних елементів інженерних споруд за дії температурного впливу

Активний розвиток монолітно-каркасного будівництва останнім часом вимагає нового підходу до розрахунків елементів будівельних конструкцій. Бетонні колони є одними з найвідповідальніших елементів таких будівель, порушення міцності у край небезпечне.

Основним руйнівним фактором, що діє на конструкцію за умов пожежі, є температура і її градієнт. Інтенсивність прогріву конструкцій і величина градієнта температури за її товщиною залежать від багатьох факторів: температури продуктів горіння, умов теплообміну між поверхнею конструкції та зовнішнім середовищем, теплофізичних характеристик матеріалу, з яких виготовлена конструкція, часу прогріву тощо. Оцінюючи несучу здатність та втрати цілісності, необхідно враховувати термонапружений стан конструкції, зумовлений зміною температури і величиною температурного градієнта. Температурні напруження, які виникають у конструкціях, можна вивчати незалежно від механічних напружень, оскільки внаслідок лінійності рівнянь термопружності повні величини напружень одержують сумуванням температурних і механічних напружень. Досліджено нестационарне температурне поле в циліндричних бетонних колонах, яке змінюється з часом у разі раптового їх охолодження. При моделюванні процесу охолодження колони враховані крайові умови другого роду. Використовуючи перетворення Лапласа, отримано аналітичні вирази для дослідження температурного поля. Визначено напружено-деформований стан колони, зумовлений нестационарним температурним полем. Результати досліджень зображені графічно. Проаналізовано залежність температурних напружень за товщиною колони від теплофізичних та механічних характеристик бетону. Отримані графічні залежності радіальних, тангенціальних та осьових напружень від радіуса в результаті дії температурного поля у бетонних колонах.

Виявлено, що радіальні напруження в бетонних колонах діють на стиск у всіх точках і перетворюються на нуль на зовнішній поверхні колони. Максимальних значень радіальних напружень досягають у центрі колони і вони збільшуються з часом.

Зауважено, що осьові й тангенціальні температурні напруження у нашому випадку досягають свого максимального абсолютного значення на зовнішній поверхні колони, і ці напруження діють на розтяг, тому тріщини чи інші пошкодження виникають на зовнішній поверхні колони.

Ключові слова: бетон, міцність, розподіл температури, температурні напруження, деформації, вогнестійкість.

Hlova B., Hlova T. Investigation of the stress-strain state of cylindrical elements of engineering structures under the temperature influences

The active development of monolithic frame construction in recent times necessitates a new approach to calculating the elements of building structures. Concrete columns are one of the most critical components of these buildings, and any compromise in their strength can pose significant risks. When it comes to fire conditions, the primary destructive factor affecting the structure is temperature and its gradient. The extent of heating in structures and the size of the temperature gradient through their thickness is influenced by various factors, including the temperature of combustion products, heat exchange conditions between the surface of the structure and the external environment, the thermophysical characteristics of the materials used, and the duration of heating. To accurately assess the load-bearing capacity and integrity of concrete columns, it is essential to consider the thermal stress state caused by temperature changes and the magnitude of the temperature gradient. Temperature-induced stresses in structures can be analyzed separately from mechanical stresses. This is because, due to the linearity of the equations of thermoelasticity, the total stress values are obtained by combining both temperature and mechanical stresses. The study focused on the non-stationary temperature field in cylindrical concrete columns, specifically during sudden cooling over time. In modeling the column cooling process, boundary conditions of the second kind were taken into account. Analytical expressions for examining the temperature field were derived using the Laplace transformation. The findings showed that the stress-strain state of the column is influenced by this non-stationary

temperature field. Results from the research were presented graphically. An analysis was conducted on how temperature stresses vary across the column's thickness in relation to the thermophysical and mechanical properties of concrete. Graphical representations of radial, tangential, and axial stresses based on the radius and the temperature field's impact on concrete columns were produced.

Radial stresses in concrete columns are consistently compressive at all points, becoming zero at the outer surface. The maximum radial stress values are found at the center of the column and tend to increase over time.

In contrast, axial and tangential temperature stresses reach their maximum absolute values at the outer surface of the column, where they act in tension. This tension can lead to cracks or other forms of damage on the outer surface of the column.

Keywords: concrete, strength, temperature distribution, temperature stress, deformation, fire resistance.

Постановка проблеми. Активний розвиток монолітно-каркасного будівництва останнім часом вимагає нового підходу до розрахунків елементів будівельних конструкцій. Бетонні колони – одні з найвідповідальніших елементів таких будівель, порушення міцності яких створює велику небезпеку.

Основним руйнівним фактором, що діє на конструкцію за умов пожежі, є величина температури і її градієнт. Інтенсивність прогріву конструкцій і величина градієнта температури за її товщиною залежать від багатьох факторів: величини температури продуктів горіння, умов теплообміну між поверхнею конструкції та зовнішнім середовищем, теплофізичних характеристик матеріалу, з якого виготовлена конструкція, часу прогріву тощо. Оцінюючи несучу здатність та втрату цілісності, необхідно враховувати термонапружений стан конструкції, зумовлений зміною температури і величиною температурного градієнту. Температурні напруження, які виникають у конструкціях, можна вивчати незалежно від механічних напружень, оскільки внаслідок лінійності рівнянь термопружності повні величини напружень одержують сумуванням температурних і механічних напружень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Основні аспекти теорії теплопровідності, а також вплив температурних полів на напружено-деформований стан елементів конструкцій, висвітлені у працях [4; 7], а вплив температурних навантажень на властивості бетону та залізобетону – у працях [1–3; 5; 6]. Аналіз наявних досліджень свідчить про те, що проблеми оцінювання стану конструкцій,

які зазнають термосилового впливу, вивчені недостатньо. Тому дослідження бетонних і залізобетонних конструкцій, зокрема циліндричних елементів, що сприймають термосилові навантаження, – актуальне та важливе завдання. Актуальність роботи підтверджує збільшення останніми роками аварій споруд, пов'язаних із температурними впливами великої інтенсивності.

Постановка завдання. Наше завдання – дослідити напружено-деформований стан бетонних конструкцій за раптового їх охолодження, розробити математичну модель напружено-деформованого стану будівельних конструкцій з урахуванням температурних напружень. Одержані аналітичні залежності, які дали змогу дослідити температурні навантаження на вогнестійкість за несучою здатністю. Досліджено величину температурних напружень від фізико-механічних характеристик бетону.

Одержана методика дозволяє підбором геометричних розмірів та механічних і теплофізичних параметрів бетону забезпечити максимально можливу ступінь вогнестійкості за умов високих температур.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо циліндричну колону радіуса R , початкова температура якої, T_0 , раптово охолоджується до температури 0°C . Дослідимо температурне поле колони, яке змінюється з радіусом і часом.

Для знаходження температурного розподілу за товщиною колони, яке змінюється з часом, розв'яжемо диференціальне рівняння нестационарної теплопровідності [7]

$$\frac{\partial T(r,t)}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right), \quad t > 0; \quad 0 < r < R \quad (1)$$

з початковою та крайовими умовами

$$T(r,0) = T_0, \quad (2)$$

$$T(R,t) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial T(0,t)}{\partial r} = 0, \quad (4)$$

де a – коефіцієнт теплопровідності, $\frac{\text{м}^2}{\text{с}}$;

c – питома теплоємність, $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$;

λ – коефіцієнт теплопровідності, $\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$;

ρ – густина; $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, t – час, с.

Розв'язок рівняння (1) при крайових умовах (2)-(4) має вигляд

$$T(r,t) = T_0 \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0\left(\beta_n \frac{r}{R}\right) e^{-p_n t}, \quad (5)$$

де $J_0\left(\beta_n \frac{r}{R}\right)$, $J_1(\beta_n)$ – функції Бесселя нульового і першого порядку I-го роду відповідно, а β_n – корені рівняння $J_0(\beta) = 0$ і коефіцієнти ряду (5) мають вигляд $A_n = \frac{2}{\beta_n J_1(\beta_n)}$ і

$$p_n = \frac{\lambda \beta_n^2}{c \rho R^2}.$$

За формулою (5) проведений розрахунок температурного поля бетонної колони вздовж радіуса r при таких параметрах:

$$\rho = 2200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad \lambda = 1.55 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \quad c = 770 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \quad T_0 = 200 \text{ }^\circ\text{C}, \quad R = 0.25 \text{ м}.$$

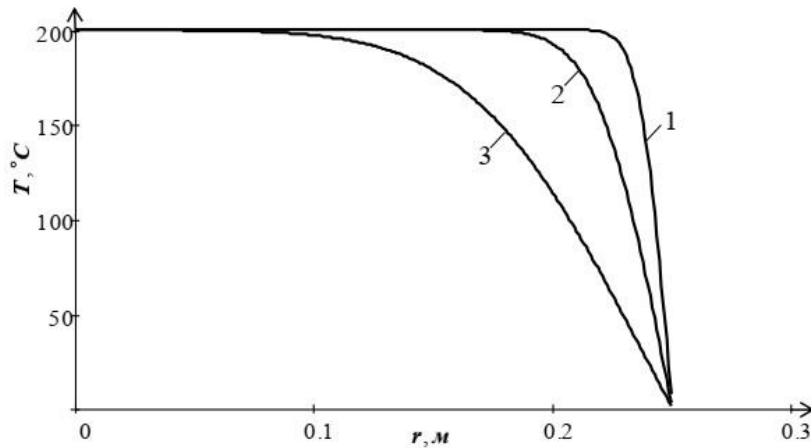


Рис. 1. Розподіл температури вздовж радіуса бетонної колони залежно від часу 1 – 1 хв, 2 – 5 хв, 3 – 30 хв

Із рис. 1 можна дійти висновку, що температурний градієнт найбільший у початковий момент часу, що можна пояснити низькою теплопровідністю бетону. Це у свою чергу призводить до різкого охолодження приповерхневого шару. Для оцінки несучої здатності бетонної колони за умов високих температур потрібно дослідити її термонапружений стан зумовлений зміною температури, часу охолодження та величини температурного градієнта.

Температурні напруження, які виникають у конструкціях, можна вивчати незалежно від механічних напружень, оскільки внаслідок лінійності рівнянь термопружності повні величини напружень отримують додаванням температурних і механічних напружень.

Розглянемо напружено-деформований стан колони, торці якої закріплені, тобто осьове відносне видовження $\varepsilon_z = 0$. Радіальне переміщення U точок поперечного перерізу колони, можна знайти, розв'язавши диференціальне рівняння [7]

$$\frac{d^2 U(r,t)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU(r,t)}{dr} - \frac{U(r,t)}{r^2} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_t \frac{dT(r,t)}{dr}, \quad (6)$$

де U – переміщення, м; α_t – температурний коефіцієнт лінійного розширення, $\frac{1}{\text{К}}$; ν – коефіцієнт Пуассона.

Рівняння (6) можна переписати у вигляді

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d(rU(r,t))}{dr} \right] = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_t \frac{dT(r,t)}{dr}, \quad (7)$$

яке після інтегрування буде мати вигляд

$$U(r,t) = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_t \frac{1}{r} \int_0^r T(r,t) r dr + C_1 r + \frac{C_2}{r}. \quad (8)$$

Напруження, які діють у радіальному σ_r , тангенціальному σ_θ та осьовому σ_z напрямках, запишемо у вигляді [7]

$$\begin{aligned} \sigma_r(r,t) &= -\frac{\alpha_t E}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \int_0^r T(r,t) r dr + \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{C_1}{1-2\nu} - \frac{C_2}{r^2} \right), \\ \sigma_\theta(r,t) &= \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \int_0^r T(r,t) r dr + \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{C_1}{1-2\nu} + \frac{C_2}{r^2} \right) - \frac{\alpha_t E T(r,t)}{1-\nu}, \\ \sigma_z(r,t) &= C_1 \frac{2E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} - \frac{\alpha_t E T(r,t)}{1-\nu}. \end{aligned}$$

де E – модуль Юнга, Па.

рівності нулю радіальних напружень $\sigma_r|_{r=R} = 0$.

Сталі C_1 і C_2 знаходять із граничних умов,

Отже,

тобто з відсутності переміщень $U = 0$ при $r = 0$ та

$$U(r,t) = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_t \left((1-2\nu) \frac{r}{R^2} \int_0^R T(r,t) r dr + \frac{1}{r} \int_0^r T(r,t) r dr \right), \quad (9)$$

$$\sigma_r(r,t) = \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \left(\frac{1}{R^2} \int_0^R T(r,t) r dr - \frac{1}{r^2} \int_0^r T(r,t) r dr \right), \quad (10)$$

$$\sigma_\theta(r,t) = \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \left(\frac{1}{R^2} \int_0^R T(r,t) r dr + \frac{1}{r^2} \int_0^r T(r,t) r dr - T(r,t) \right), \quad (11)$$

$$\sigma_z(r,t) = \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \left(\frac{2\nu}{R^2} \int_0^R T(r,t) r dr - T(r,t) \right). \quad (12)$$

Підставивши залежність температури від часу (5) у рівняння (10)-(12), знайдемо радіальні, тангенціальні та осьові напруження відповідно:

$$\sigma_r(r,t) = \frac{2\alpha_t E T_0}{1-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-p_n t} \left[\frac{1}{\beta_n^2} - \frac{1}{\beta_n^2} \frac{R}{r} \frac{J_1\left(\beta_n \frac{r}{R}\right)}{J_1(\beta_n)} \right], \quad (13)$$

$$\sigma_\theta(r,t) = \frac{2\alpha_t E T_0}{1-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-p_n t} \left[\frac{1}{\beta_n^2} + \frac{1}{\beta_n^2} \frac{R}{r} \frac{J_1\left(\beta_n \frac{r}{R}\right)}{J_1(\beta_n)} - \frac{J_0\left(\beta_n \frac{r}{R}\right)}{\beta_n J_1(\beta_n)} \right], \quad (14)$$

$$\sigma_z(r,t) = \frac{2\alpha_t E T_0}{1-\nu} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-p_n t} \left[\frac{2}{\beta_n^2} - \frac{J_0\left(\beta_n \frac{r}{R}\right)}{\beta_n J_1(\beta_n)} \right]. \quad (15)$$

Розрахунки проводили за формулами (13)-(15) при таких параметрах:

$$\rho = 2200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \lambda = 1.55 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, c = 770 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, T_0 = 200 \text{ }^\circ\text{C}, R = 0.25 \text{ м},$$

$$\alpha_t = 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}}, E = 0.23 \cdot 10^{11} \text{ Па}, \nu = 0.16.$$

Результати розрахунків представлені графічно на рис. 2–4.

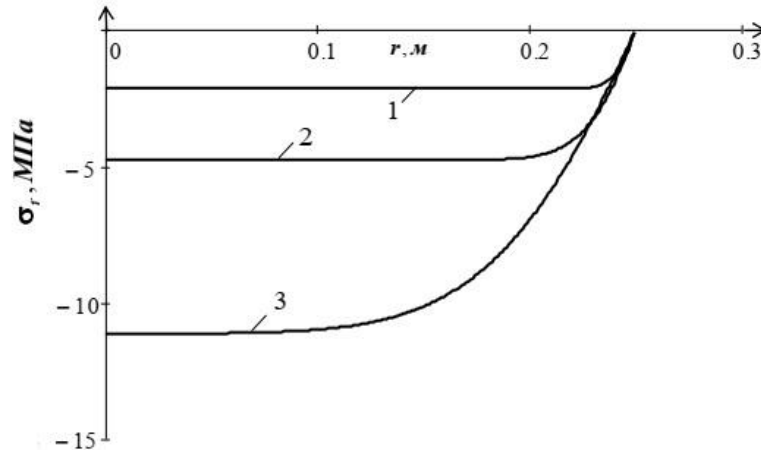


Рис. 2. Радіальні напруження залежно від часу 1 – 1 хв, 2 – 5 хв, 3 – 30 хв

Аналіз графічних досліджень (рис. 2) показує, що радіальні напруження досягають свого максимального значення у центрі поперечного перерізу і є напруженням стиску та збільшують

своє значення за збільшення часу охолодження поверхні колони.

Використовуючи (14), отримаємо

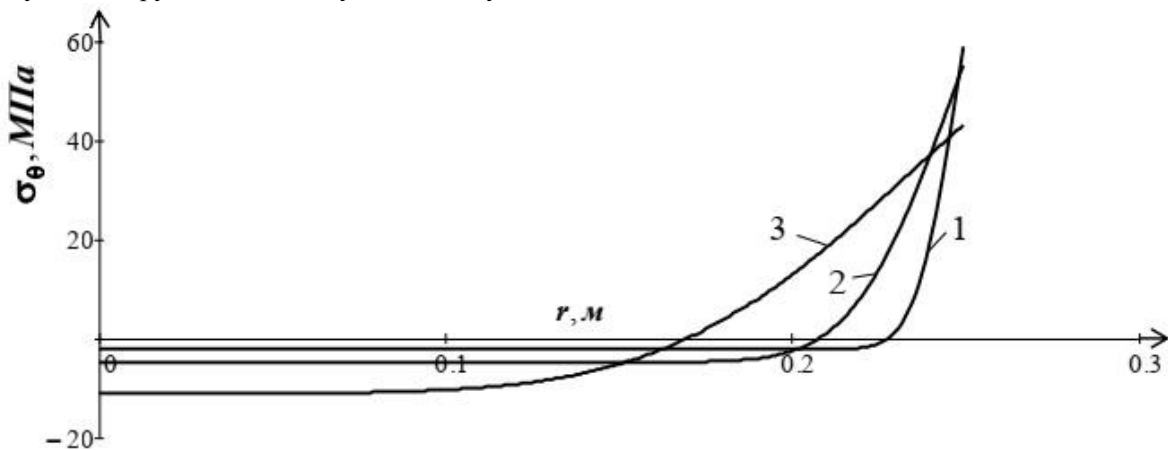


Рис. 3. Тангенціальні напруження залежно від часу 1 – 1 хв, 2 – 5 хв, 3 – 30 хв

Тангенціальні температурні напруження рис. 3 досягають свого максимального значення у приповерхневих шарах і є розтягувальними, а в центрі поперечного перерізу колони тангенціальні напруження діють на стиск.

Використовуючи формулу (15), обчислимо осьові напруження, і результати зобразимо графічно.

Аналіз графічних досліджень (рис. 4) показує, що найбільшими температурними напруженнями в центрі поперечного перерізу є осьові, які діють на стиск, а в приповерхневих шарах досягають

свого максимального значення і ці напруження є розтягувальними.

Висновки. Отримані графічні залежності радіальних, тангенціальних та осьових напружень від радіуса в результаті дії температурного поля в бетонних колонах.

Радіальні напруження в бетонних колонах діють на стиск у всіх точках і перетворюються на нуль на зовнішній поверхні колони. Максимальних значень радіальних напружень досягають у центрі колони і вони збільшуються з часом.

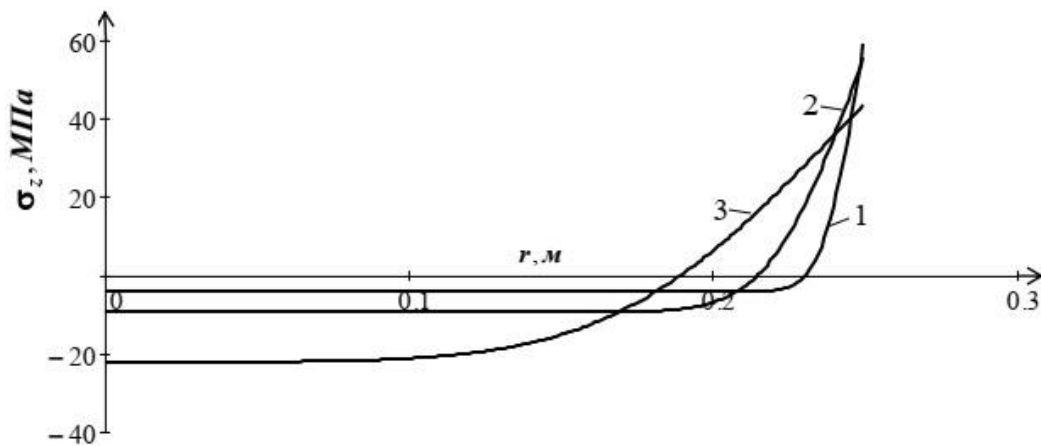


Рис. 4. Осеві напруження залежно від часу 1 – 1 хв, 2 – 5 хв, 3 – 30 хв

Осьові та тангенціальні температурні напруження в нашому випадку досягають свого максимального абсолютного значення на зовнішній поверхні колони, і ці напруження діють на розтяг, тому тріщини чи інші пошкодження виникають на зовнішній поверхні колони.

Отже, враховуючи результати досліджень можна підібрати оптимальні параметри, за яких виникатимуть мінімальні температурні напруження для конкретної конструкції.

Бібліографічний список

1. Глова Т. Я., Ковальчук Р. А., Кузніцька Б. М. Дослідження напружено-деформованого стану циліндричних елементів інженерних споруд спеціального призначення за дії температурного навантаження. *Військово-технічний збірник*. Львів: НАСВ, 2019. № 20. С. 3–8.
2. Глова Б., Глова Т., Петрученко О., Терещук О. Дослідження напружено-деформованого стану порожнистих циліндричних елементів інженерних споруд спеціального призначення за дії те-

мпературного впливу. *Вісник Львівського національного університету природокористування. Серія «Архітектура і будівництво»*. 2023. № 24. С. 36–44.

3. Домінік А., Байтала В., Семерак М., Чернецький В. Вогнестійкість циліндричної колони в умовах пожежі. *Пожежна безпека*. 2017. № 23. С. 76–80.

4. Ликов А. В. Теорія теплопровідності. М.: Вища школа, 1967. 600 с.

5. Семерак М. М., Некора О. В., Харишин Д. В. Напружено-деформований стан трубобетонної колони в умовах термосилового впливу пожежі. *Пожежна безпека: зб. наук. праць*. 2017. № 31. С. 115–124.

6. Семерак М., Харишин Д. Вплив фізико-механічних характеристик металу і бетону на термонапружений стан трубобетонних колон за умов нагріву. *Вісник Львівського державного університету безпеки життєдіяльності*. 2018. № 15. С. 165–172.

7. Тимошенко С. П. Гудер Дж. Теорія пружності. М.: Наука. 1975. 576 с.

Стаття надійшла 19.06.2024