

## РОЗРАХУНОК УТВОРЕННЯ ТРІЩИН ЗГИНАНИХ ФІБРОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ЗА ДЕФОРМАЦІЙНИМ МЕТОДОМ

**І. Біденко, аспірантка**

*ORCID ID: 0000-0002-2418-353X*

**В. Білозір, аспірант**

*ORCID ID: 0000-0003-1926-9520*

*Львівський національний університет природокористування*

<https://doi.org/10.31734/architecture2022.23.056>

### **Біденко І., Білозір В. Розрахунок утворення тріщин згинаних фібробетонних елементів за деформційним методом**

Запропоновано деформційну методику розрахунку моменту утворення нормальних тріщин згинаних фібробетонних елементів, яка враховує вплив фібрового армування і граничні деформації бетону. Вперше запропоновано враховувати для розрахунку моменту утворення нормальних тріщин коефіцієнт фібрового армування за об'ємом і коефіцієнт орієнтації фібрової арматури.

Розрахунок утворення тріщин, нормальних до поперечної осі залізобетонних згинаних елементів, згідно з національними нормами проектування, виконують з урахуванням як пружних, так і пластичних деформацій розтягнутої зони бетону. Вважається, що тріщини виникають, коли деформації розтягу крайніх волокон досягають граничних значень  $\varepsilon_{ctu} = 2f_{ctm} E_{ck}$ . Отже, за середньої міцності бетону на розтяг  $f_{ctm}$  і характеристичного значення модуля пружності бетону  $E_{ck}$  пружні і пластичні деформації мають однакові значення. У національному стандарті щодо проектування та виготовлення дисперсноармованих конструкцій вказано, що розрахунок утворення тріщин необхідно виконувати так, як для залізобетонних конструкцій, але з урахуванням міцності фібробетону на розтяг і стиск. Вказано на те, що це положення містить певні суперечності, оскільки утворення тріщин потрібно пов'язувати з граничними деформаціями бетону, адже міцність фібробетону на розтяг вища за напруження, за яких утворюються тріщини.

Отримано інтегральні рівняння рівноваги зовнішніх і внутрішніх зусиль відносно нейтральної осі за утворення нормальних тріщин і розгорнуті їх розв'язки для комбіновано армованих фібробетонних згинаних елементів, що дає змогу врахувати як вплив фібрового армування, так і граничні деформації бетону за розтягу як критерій утворення тріщин.

**Ключові слова:** утворення тріщин, фібробетон, міцність фібробетону, сталеві фібробетон.

### **Bidenko I., Bilozir V. Calculation of the formation of cracks in bent fiber concrete elements by the deformation method**

The deformation technique for calculating the moment of formation of normal cracks of bent fiber concrete elements is proposed. It considers the influence of fiber reinforcement and the limit deformations of concrete. For the first time, it was proposed to take into account the coefficient of fiber reinforcement by volume and the coefficient of orientation of fiber reinforcement for the calculation of the moment of formation of normal cracks.

According to the national Ukrainian design standards, the calculation of the formation of cracks normal to the longitudinal axis of reinforced concrete bent elements is performed taking into account both elastic and plastic deformations of the stretched zone of concrete. It is believed that cracks appear when the tensile deformations of the extreme fibers reach the limit values  $\varepsilon_{ctu} = 2f_{ctm} E_{ck}$ . Therefore, at the average tensile strength of concrete  $f_{ctm}$  and the characteristic value of the modulus of elasticity of concrete  $E_{ck}$ , elastic and plastic deformations have the same values. In the national standard for the design and manufacture of dispersed reinforced structures, it is indicated that the calculation of the formation of cracks must be performed in the same way as for the reinforced concrete structures, but taking into account the tensile and compressive strength of fiber concrete. In this work, it is pointed out that this position has certain contradictions, since the formation of cracks should be associated with the ultimate deformations of concrete and the tensile strength of fiber concrete is higher than the stresses at which cracks are formed.

Integral equations of equilibrium of the external and internal forces related to the neutral axis for the formation of normal cracks and their developed solutions for combined reinforced fiber concrete bent elements were obtained. It allows considering both the influence of fiber reinforcement and the ultimate deformations of concrete under tension as a criterion for the formation of cracks.

**Key words:** cracking, fiber concrete, strength of fiber concrete, steel fiber concrete.

**Постановка проблеми.** Розрахунок утворення тріщин, нормальних до повздожньої осі залізобетонних згинаних елементів, згідно з національними нормами проектування [5], виконують з урахуванням як пружних, так і пластичних деформацій розтягнутої зони бетону. Вважається, що тріщини виникають, коли деформації розтягу крайніх волокон досягають граничних значень  $\varepsilon_{ctu} = 2f_{ctm} E_{ck}$ . Отже, за середньої міцності бетону на розтяг  $f_{ctm}$  і характеристичного значення модуля пружності бетону  $E_{ck}$  пружні і пластичні деформації мають однакові значення.

У національному стандарті щодо проектування та виготовлення дисперсноармованих конструкцій вказано, що розрахунок утворення тріщин необхідно виконувати так, як для залізобетонних конструкцій, але з урахуванням міцності фібробетону на розтяг і стиск [6]. Це положення містить певні суперечності, оскільки утворення тріщин потрібно пов'язувати з граничними деформаціями бетону, адже міцність фібробетону на розтяг вища за напруження, за яких утворюються тріщини.

Актуальною проблемою є розроблення деформаційної методики розрахунку утворення тріщин згинаних фібробетонних елементів.

#### Аналіз останніх досліджень і публікацій.

У стандарті [6] зазначено, що граничні деформації розтягу  $\varepsilon_{cftu}$  при вичерпанні міцності фібробетону  $f_{cftd}$  досягають значення  $\varepsilon_{cftu} = 1,8f_{cftd} E_{cd}$ . Отже, деформації та напруження сталеві фібробетону за утворення тріщин мали б бути меншими, ніж за напружень вичерпання міцності сталеві фібробетону на розтяг. У працях [1; 2; 7] вказано, що за критерій утворення тріщин можна прийняти відносні деформації розтягнутого сталеві фібробетону  $\varepsilon_{cftu} = 2f_{cft} E_{cf}$ . У нормах проектування [8] призначено  $\varepsilon_{cftu} = f_{cft} E_{cf} + 0,0001$ .

Використання давачів із різними базами за дослідження утворення тріщин армоцементних елементів, запропоноване проф. Г. К. Хайдуковим, дозволило встановити, що тріщини в армоцементі утворюються приблизно за таких же деформацій розтягу, як і у звичайних залізобетонних конструкцій. Крок тріщин приблизно дорівнював розміру вічка армоцементної сітки, у зв'язку з чим тріщини за утворення мали незначну ширину розкриття, яка була невидимою у мікроскоп із ціною поділки 0,05 мм. За вказаною методикою досліджували також утворення тріщин у нормальних перерізах сталеві фібробетонних

згинаних елементів [3; 9]. Експериментально визначено, що деформації розтягнутого бетону бетонних згинаних балок під час руйнування були дещо меншими від деформацій сталеві фібробетонних балок під час утворення тріщин. Ці деформації залежали від об'ємного вмісту фібрової арматури  $\rho_{fv}$ . Момент утворення тріщин запропоновано визначати так, як і для залізобетонних елементів з помноженням його на коефіцієнт  $(1 + 5\rho_{fv})$ . Подану вище методику експериментальних досліджень утворення тріщин використано у праці [4]. Тут вказано на несуттєве збільшення напружень у крайніх розтягнутих волокнах за утворення тріщин склофібробетонних згинаних елементів порівняно з міцністю бетону за розтягу.

Отже, методика розрахунку утворення нормальних тріщин фібробетонних згинаних елементів потребує вдосконалення.

**Постановка завдання.** Наше завдання – розробити деформаційну методику розрахунку моменту утворення нормальних тріщин згинаних фібробетонних елементів, яка враховуватиме як вплив фібрового армування, так і граничні деформації бетону.

**Виклад основного матеріалу.** Діаграму деформування бетону за стиску приймемо у вигляді полінома п'ятого ступеня, як це прийнято в нормах проектування залізобетонних конструкцій (рис. 1) [5]:

$$\sigma_c = f_c \sum_{k=1}^5 a_k \eta^k, \quad (1)$$

де  $\sigma_c$  – напруження бетону за стиску;  $f_c$  – циліндрична міцність бетону на стиск;  $a_k$  – коефіцієнти полінома [1];  $\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}$ .

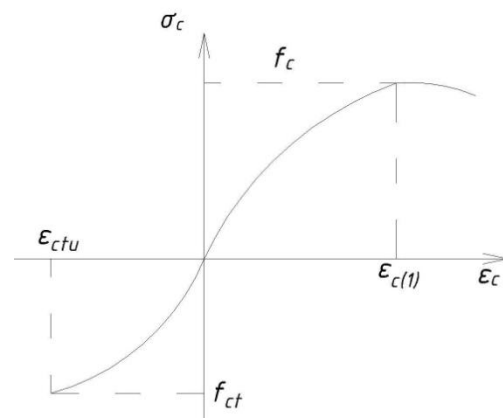


Рис. 1. Діаграма «напруження – відносні деформації» бетону

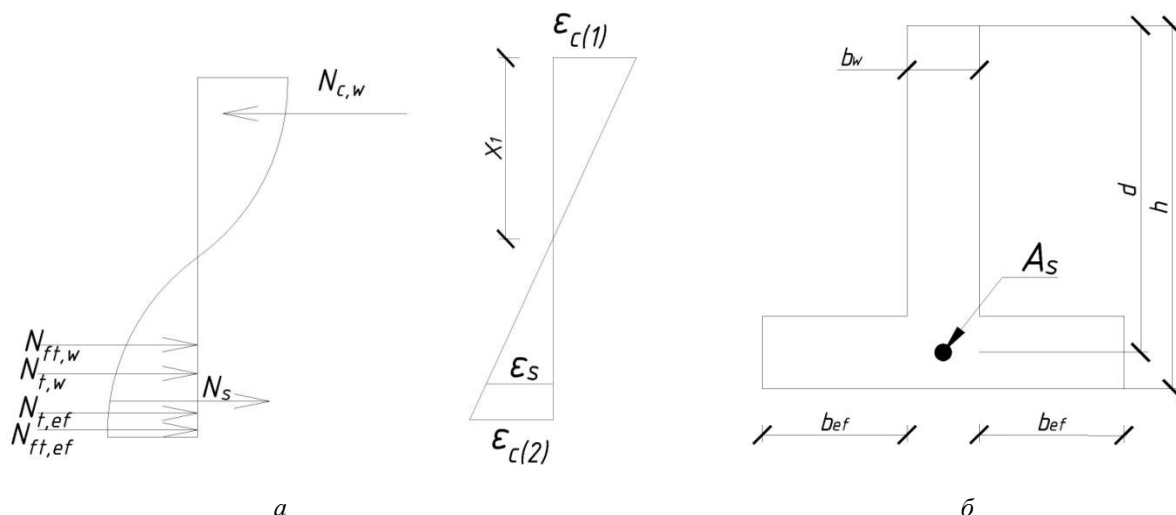


Рис. 2. Напружено-деформований стан таврового перерізу: а – розрахунковий поперечний переріз; б – епюри відносних деформацій і напружень для другої форми рівноваги

Діаграму деформування фібробетону за розтягу до утворення тріщин прийемо також у вигляді полінома п'ятого ступеня (див. рис. 1):

$$\sigma_{ct} = f_{ct} \sum_{k=1}^5 a_k \eta_t^k, \quad (2)$$

де  $\sigma_{ct}$  – напруження бетону за розтягу;  $f_{ct}$  – міцність бетону на розтяг;  $\eta_t = \frac{\epsilon_{ct}}{\epsilon_{ctu}}$ ;  $\epsilon_{ctu} = \frac{2f_{ct}}{E_c}$ , де  $E_c$  – модуль пружності бетону.

Розрахунковим перерізом ребристих елементів із полицею донизу буде тавровий поперечний переріз (рис. 2). Стискальне зусилля у ребрі розрахункового перерізу (див. рис. 2):

$$N_{c,w} = \int_F \sigma_c dF = \int_0^{x_1} f_c \sum_{k=1}^5 a_k \frac{N_x}{\epsilon_{c1}}^k b_w dx = f_c b_w \frac{a_k}{k+1} \frac{N}{\epsilon_{c1}}^k x_1^{k+1}, \quad (3)$$

де  $dF$  – площа елементарної ділянки;  $x_1 = \frac{\epsilon_{c(1)}}{N}$  – висота стиснутої зони бетону;  $N$  – кривизна;  $b_w$  – ширина ребра.

Складова внутрішнього згинального моменту, який виникає від дії стискального зусилля  $N_{c,w}$ :

$$M_{c,w} = \int_0^{x_1} f_c x \sum_{k=1}^5 a_k \frac{N_x}{\epsilon_{c1}}^k b_w dx = f_c b_w \frac{a_k}{k+2} \frac{N}{\epsilon_{c1}}^k x_1^{k+2}, \quad (4)$$

Розтяжні зусилля в ребрі розрахункового перерізу:

$$N_{ct,w} = \int_0^{h-x_1} f_{ct} \sum_{k=1}^5 a_k \frac{N_x}{\epsilon_{ctu}}^k b_w dx = f_{ct} b_w \frac{a_k}{k+1} \frac{N}{\epsilon_{ctu}}^k (h-x_1)^{k+1}, \quad (5)$$

де  $h$  – висота розрахункового перерізу.

Складова внутрішнього згинального моменту, що виникає від розтяжних зусиль у ребрі  $N_{ct,w}$ :

$$M_{ct,w} = \int_0^{h-x_1} f_{ct} x \sum_{k=1}^5 a_k \frac{N_x}{\epsilon_{ctu}}^k b_w dx = f_{ct} b_w \frac{a_k}{k+2} \frac{N}{\epsilon_{ctu}}^k (h-x_1)^{k+2}.$$

Розтяжні зусилля у звисах полиці:

$$N_{ct,ef} = \int_{h-h_{ef}-x_1}^{h-x_1} f_{ct} 2b_{ef} \sum_{k=1}^5 a_k \frac{N_x}{\epsilon_{ctu}}^k dx = 2f_{ct} b_{ef} \frac{a_k}{k+1} \frac{N}{\epsilon_{ctu}}^k (h-x_1)^{k+1} - (h-h_{ef}-x_1)^{k+1}, \quad (7)$$

де  $h_{ef}$  – висота звису полиці;

$b_{ef}$  – ширина звису полиці.

Відповідно внутрішній згинальний момент, що виникає від розтяжних зусиль,  $N_{ct,ef}$ :

$$M_{ct,ef} = 2f_{ct} b_{ef} \frac{a_k}{k+2} \frac{N}{\epsilon_{ctu}}^k (h-x_1)^{k+2} - (h-h_{ef}-x_1)^{k+2}. \quad (8)$$

Зусилля у стрижневій арматурі:

$$N_s = \sigma_s A_s = \epsilon_s E_s A_s, \quad (9)$$

Складова внутрішнього згинального моменту від зусиль в стрижневій арматурі  $N_s$ :

$$M_s = \sigma_s A_s d - x_1. \quad (10)$$

Приріст зусиль  $dN_f$  у фібровій арматурі опишемо рівнянням

$$dN_f = k_{or}^2 \rho_{fv} \sigma_f dF. \quad (11)$$

Тоді зусилля  $N_{f,w}$ , яке сприймається фібрами розтягнутої зони ребра елемента таврового поперечного перерізу:

$$\begin{aligned}
 N_{ft,w} &= \int_0^{h-x_1} k_{or}^2 \rho_{fv} \varepsilon_f E_f dx = \\
 &= \int_0^{h-x_1} k_{or}^2 \rho_{fv} N x E_f b_w dx = k_{or}^2 \rho_{fv} N E_f b_w \frac{x^2}{2} \Big|_0^{h-x_1} = \\
 &= \frac{1}{2} k_{or}^2 \rho_{fv} N E_f b_w (h-x_1)^2. \quad (12)
 \end{aligned}$$

Зусилля  $N_{ft,ef}$ , яке сприймається фібрами у звисах полиць:

$$\begin{aligned}
 N_{ft,ef} &= \int_{h-x_1-h_{ef}}^{h-x_1} k_{or}^2 \rho_{fv} N x E_f 2 b_{ef} dx = \\
 &= 2 k_{or}^2 \rho_{fv} N E_f b_{ef} \frac{x^2}{2} \Big|_{h-x_1-h_{ef}}^{h-x_1} = \\
 &= k_{or}^2 \rho_{fv} N E_f b_{ef} (h-x_1)^2 - (h-x_1-h_{ef})^2. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Відповідно згинальні моменти, що виникають від зусиль  $N_{ft,w}$  та  $N_{ft,ef}$ :

$$\begin{aligned}
 M_{ft,w} &= \int_0^{h-x_1} k_{or}^2 \rho_{fv} N E_f b_w x^2 dx = \\
 &= \frac{1}{3} k_{or}^2 \rho_{fv} N E_f b_w (h-x_1)^3 \quad (14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{ft,ef} &= \int_{h-x_1-h_{ef}}^{h-x_1} k_{or}^2 \rho_{fv} N E_f 2 b_{ef} x^2 dx = \\
 &= \frac{2}{3} k_{or}^2 \rho_{fv} N E_f b_{ef} (h-x_1)^3 - (h-x_1-h_{ef})^3. \quad (15)
 \end{aligned}$$

За розрахунку елемента прямокутного поперечного перерізу у поданих вище формулах приймаємо замість  $b_w$  ширину поперечного перерізу  $b$ ,  $b_{ef} = 0$ ,  $h_{ef} = 0$ .

Запишемо рівняння рівноваги внутрішніх зусиль  $x = 0$ , що виникають у розрахунковому перерізі:

$$N_{c,w} - N_{t,w} - N_{t,ef} - N_s - N_{ft,w} - N_{ft,ef} = 0. \quad (16)$$

Внутрішній згинальний момент:

$$\begin{aligned}
 M &= M_{c,w} + M_{t,w} + M_{t,ef} + M_s + \\
 &+ M_{ft,w} + M_{ft,ef}. \quad (17)
 \end{aligned}$$

**Висновки.** Отримано інтегральні рівняння рівноваги зовнішніх і внутрішніх зусиль відносно нейтральної осі за утворення нормальних тріщин і розгорнуті їх розв'язки для комбіновано армованих фібробетонних згинаних елементів, що дає змогу врахувати як вплив фібрового армування,

так і граничні деформації бетону за розтягу як критерій утворення тріщин. Запропонований розрахунковий апарат потребує відповідної експериментальної перевірки.

### Бібліографічний список

1. Андрійчук О. В., Бабич В. Є., Полянська О. Є., Швець І. В. Тріщиностійкість центрально розтягнутих комбіновано армованих залізобетонних елементів. *Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві*. 2020. Вип. 14. С. 13–25.
2. Бабич В. Є., Полянська О. Є., Швець І. В. Вплив дисперсного армування розтягнутої зони залізобетонних балок на їхню тріщиностійкість. *Ресурсоекономічні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. 2019. Вип. 37. С. 118–128.
3. Билозир В. В. Образование и раскрытие трещин в нормальных сечениях изгибаемых сталефибробетонных элементов на фибре из листа: дис. ... канд. техн. наук. Москва, 1991. 16 с.
4. Газин Э. М. Исследование прочности, трещиностойкости и деформативности изгибаемых трёхслойных элементов с ограждающими слоями из стеклофибробетона: автореф. дисс. ... канд. техн. наук. Москва, 1998. 24 с.
5. ДБН В.2.6-98: 2009. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. [Чинні від 2011-07-01]. Київ: Мінрегіонбуд України, 2011. 71 с.
6. ДСТУ-Н В.2.6-218:2016. Настанова з проектування та виготовлення конструкцій з дисперсноармованого бетону. [Чинний від 2017-04-01]. Київ: ДП «УкрНДНЦ», 2017. 32 с.
7. Журавський О. Д. Міцність, тріщиностійкість та деформації залізобетонних плит при складних навантаженнях: дис. ... д-ра техн. наук. Київ, 2021. 327 с.
8. СП 360.132580.2017 Конструкции сталефибробетонные. Правила проектирования. [Введ. в дейст. 2018-06-12]. Москва: Стандартинформ, 2018. 70 с.
9. Bilosir W., Krapfenbauer R., Bölskey E. Festigkeit und Rissfestigkeit der Stahlfaserbetonbiegeelemente mit Fasern aus Blechabfällen. *Österreichische Ingenieur-und Architekten-Zeitschrift*. 1995. Jg. 140, Nr 2. S. 38–53.

Стаття надійшла 18.08.2022