

УДК 614.841

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПОРОЖНИСТИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ІНЖЕНЕРНИХ СПОРУД СПЕЦІАЛЬНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ ЗА ДІЇ ТЕМПЕРАТУРНОГО ВПЛИВУ**Б. Глова, к. ф.-м. н.**

ORCID ID: 0000-0002-6956-7801

*Львівський національний університет природокористування***Т. Глова, к. ф.-м. н.**

ORCID ID: 0000-0001-5031-5244

*Національна академія сухопутних військ імені гетьмана П. Сагайдачного***О. Петрученко, к. т. н.**

ORCID ID: 0000-0003-2304-8149

*Науково-дослідний інститут воєнної розвідки***О. Терещук, к. ф.-м. н.**

ORCID ID: 0000-0002-6444-0609

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана П. Сагайдачного<https://doi.org/10.31734/architecture2023.24.036>

Глова Б., Глова Т., Петрученко О., Терещук О. Дослідження напружено-деформованого стану порожнистих циліндричних елементів інженерних споруд спеціального призначення за дії температурного впливу

Активний розвиток монолітно-каркасного будівництва останнім часом вимагає нового підходу до розрахунку елементів будівельних конструкцій. Бетонні колони є одним із найважливіших елементів таких будівель, руйнування яких відрізняється великою міцністю. Втрата міцності колони може відбуватися в результаті навантажень, зумовлених дією температурного поля. Тому дослідження, пов'язані з впливом температури на несучі елементи інженерних конструкцій, актуальні та важливі.

Досліджено нестационарне температурне поле в циліндричній бетонній колоні з центральним отвором, яке змінюється з часом за умов високих температур. При моделюванні процесу нагрівання колони враховані крайові умови третього роду. Використовуючи перетворення Лапласа, отримано аналітичні вирази для дослідження температурного поля. Визначено напружено-деформований стан колони, зумовлений нестационарним температурним полем, де було враховано різні значення коефіцієнта теплообміну між колоною та середовищем. Результати досліджень зображені графічно. Проаналізовано залежності температурних напружень за товщиною колони від теплофізичних та механічних характеристик бетону.

Однією із найбільш суттєвих причин підвищеної небезпеки для таких конструкцій вважають нерівномірний нагрів і зміну характеристик міцності та деформування бетону під час і після пожежі. Одночасно необхідно вирішити питання, пов'язані із забезпеченням тривалої та надійної експлуатації будівельних конструкцій, зокрема під дією високих температур, за рахунок застосування відповідних матеріалів або захисних покриттів. Отже, математичне моделювання процесів температурних полів у напружено-деформованому стані циліндричних конструкцій дозволяє значно підвищити точність розрахунків, що сприяє підвищенню міцності та надійності інженерних конструкцій. Отримано графічні залежності радіальних, кільцевих і осьових напружень від радіуса в результаті дії температурного поля різної інтенсивності на стрижневі елементи. Встановлено, що температурні напруження в колоні з центральним отвором менші порівняно із суцільною колоною.

Ключові слова: бетон, міцність, розподіл температури, температурні напруження, деформації, вогнестійкість.

Hlova B., Hlova T., Petruchenko O., Tereshchuk O. Research of the stress-strain state of hollow cylindrical elements of engineering constructions of special purpose under the effect of temperature load

In recent years, the development of monolithic-frame construction has led to the need for a new approach to computing the elements of building structures. Concrete columns are among the most crucial components of these buildings and their failure can lead to significant durability. The loss of a column's strength characteristics can occur due to the loads caused by the effect of a temperature field. As a result, research related to the impact of temperature on the supporting elements of engineering constructions is vital.

This study investigates the non-stationary temperature field in a cylindrical concrete column with a central hole that changes over time under high temperatures. When modeling the heating process of a column, the third-kind boundary

conditions are taken into account. By using Laplace transform, the authors obtained analytical expressions to study the temperature field. They also determined the stress-strain state of the column with a central hole caused by a non-stationary temperature field, where various values of the heat transfer coefficient between the column and the environment were taken into account. The research findings are presented graphically.

One of the significant causes of increased danger for such structures is the uneven heating and changes in the characteristics of strength and deformability of concrete during and after the fire. It is essential to solve the problems related to ensuring the long and reliable operation of building structures, including under the influence of high temperatures, by adopting appropriate materials or protective coatings. Thus, mathematical modeling of the processes of temperature fields in the stress-strain state of cylindrical structures can significantly increase the accuracy of calculations, contributing to the strength and reliability of engineering structures. The study also obtained graphic dependences of the radial, ring, and axial stresses from the radius, which are caused by the action of temperature fields of different intensities on the rod elements. It is established that the temperature stresses in the column with a central hole are smaller compared to the solid column.

Key words: concrete, strength, temperature distribution, temperature stress, deformation, fire resistance.

Постановка проблеми. Активний розвиток монолітно-каркасного будівництва останнім часом вимагає нового підходу до розрахунків елементів будівельних конструкцій. Бетонні колони є одними з найбільш відповідальних елементів таких будівель, порушення міцності яких зумовлює велику небезпеку.

Основним руйнівним чинником, що діє на конструкцію за умов пожежі, є значення температури і її градієнт. Інтенсивність прогріву конструкцій і значення градієнта температури за її товщиною залежить від багатьох чинників: значення температури продуктів горіння, умов теплообміну між поверхнею конструкції і зовнішнім середовищем, теплофізичних характеристик матеріалу, з яких виготовлена конструкція, часу прогріву тощо. Під час оцінки несучої здатності та втрати цілісності необхідно враховувати термонапружений стан конструкції, зумовлений зміною температури і значенням температурного градієнта. Температурні напруження, які виникають у конструкціях, можна вивчати незалежно від механічних напружень, оскільки внаслідок лінійності рівнянь термопружності повні значення напружень одержують сумуванням температурних і механічних напружень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Основні аспекти теорії теплопровідності, а також вплив температурних полів на напружено-деформований стан елементів конструкцій висвітлені у книгах [1; 2], вплив температурних навантажень на властивості бетону та залізобетону – у працях [3–5]. Аналіз досліджень свідчить про те, що проблеми оцінювання стану конструкцій, які зазнають термосилового впливу, вивчені недостатньо. З огляду на це дослідження

бетонних і залізобетонних конструкцій, зокрема циліндричних елементів, що сприймають термосилові навантаження, є актуальними та важливими завданнями. Актуальність роботи підтверджено збільшенням останніми роками аварій споруд, пов'язаних із температурними впливами великої інтенсивності, зокрема і в зоні бойових дій на сході України.

Постановка завдання. Наше завдання – дослідити напружено-деформований стан бетонних конструкцій з центральним отвором за умов високих температур. Для цього розроблена математична модель напружено-деформованого стану будівельних конструкцій з урахуванням температурних напружень; одержані аналітичні залежності, які дали змогу дослідити температурні навантаження на вогнестійкість за несучою здатністю. Досліджено значення температурних напружень від фізико-механічних характеристик бетону. Одержана методика дозволяє підбором геометричних розмірів та механічних і теплофізичних параметрів бетону забезпечити максимально можливий ступінь вогнестійкості за умов високих температур.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо бетонну циліндричну колону (рис. 1) з центральним отвором радіуса R_1 і зовнішнім радіусом R_2 , початкова температура якої T_0 , нагрівається вона від пожежі, температура якої T_n . Дослідимо температурне поле бетонної колони, яке змінюється з радіусом і часом, а також залежить від коефіцієнта теплообміну між колоною та температурним середовищем.

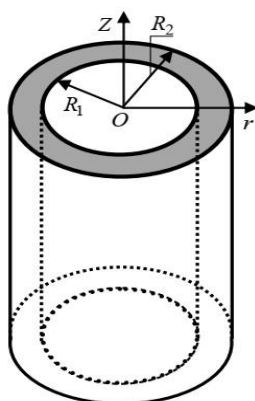


Рис. 1. Схематичний рисунок колони

Для знаходження температурного розподілу за товщиною колони, яке змінюється з часом, розв'яжемо диференціальне рівняння нестационарної теплопровідності [1]

$$\frac{\partial T(r,t)}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right), \quad t > 0; R_1 < r < R_2, \quad \dots\dots(1)$$

крайові умови запишемо у вигляді:

$$T(r,0) = T_0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T(R_1,t)}{\partial r} + \frac{\alpha_1}{\lambda} (T_n - T(R_1,t)) = 0, \quad (3)$$

$$-\frac{\partial T(R_2,t)}{\partial r} + \frac{\alpha_2}{\lambda} (T_n - T(R_2,t)) = 0, \quad (4)$$

де $a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$ – коефіцієнт температуропровідності, $\frac{M^2}{c}$; c – питома теплоємність, $\frac{Дж}{кг \cdot K}$; λ –

коефіцієнт теплопровідності, $\frac{Вт}{м \cdot K}$; ρ – густина, $\frac{кг}{м^3}$; t – час, $с$; T_0 – початкова температура, $^{\circ}C$;

T_n – температура пожежі, $^{\circ}C$; α_1 і α_2 – коефіцієнти теплообміну внутрішньої та зовнішньої поверхні колони відповідно, $\frac{Вт}{м^2 \cdot K}$.

Застосовуючи перетворення Лапласа до рівняння (1) і крайових умов (2) – (4), отримаємо розв'язок [1]

$$T(r,t) = T_n - \sum_{n=1}^{\infty} E_n \cdot e^{-a\mu_n^2 t} \cdot W(\mu_n, r), \quad (5)$$

де μ_n – корені характеристичного рівняння

$$\left[\frac{\alpha_1}{\lambda} J_0(\mu R_1) + \mu J_1(\mu R_1) \right] \cdot \left[\frac{\alpha_2}{\lambda} Y_0(\mu R_2) - \mu Y_1(\mu R_2) \right] - \left[\frac{\alpha_2}{\lambda} J_0(\mu R_2) - \mu J_1(\mu R_2) \right] \cdot \left[\frac{\alpha_1}{\lambda} Y_0(\mu R_1) + \mu Y_1(\mu R_1) \right] = 0,$$

а $W(\mu_n, r)$ лінійна комбінація бесселевих функцій

$$W(\mu_n, r) = \left[\mu_n J_1(\mu_n R_1) + \frac{\alpha_1}{\lambda} J_0(\mu_n R_1) \right] \cdot Y_0(\mu_n r) - \left[\frac{\alpha_1}{\lambda} Y_0(\mu_n R_1) + \mu_n Y_1(\mu_n R_1) \right] \cdot J_0(\mu_n r).$$

Розрахунок показує, що

$$E_n = \frac{\pi^2 \mu_n^2}{2} \cdot \left[\frac{\alpha_2}{\lambda} J_0(\mu_n R_2) - \mu_n J_1(\mu_n R_2) \right]^2 \times \int_{R_1}^{R_2} r \cdot (T_n - T_0) \cdot W(\mu_n, r) dr \times \left\{ \left(\mu_n^2 + \frac{\alpha_2^2}{\lambda^2} \right) \cdot \left[\frac{\alpha_1}{\lambda} J_0(\mu_n R_1) + \mu_n J_1(\mu_n R_1) \right]^2 - \left[\mu_n^2 + \frac{\alpha_1^2}{\lambda^2} \right] \cdot \left[\frac{\alpha_2}{\lambda} J_0(\mu_n R_2) - \mu_n J_1(\mu_n R_2) \right]^2 \right\}^{-1}.$$

За формулою (5) проведені розрахунки розподілу температури в бетонній колоні вздовж радіуса $R_1 < r < R_2$, для якої прийняті такі теплофізичні характеристики:

$$\rho = 2200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \lambda = 1,55 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, c = 770 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, T_0 = 20 \text{ } ^\circ\text{C}, T_n = 1200 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$\alpha_1 = 0 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}, \alpha_2 = 10 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

Результати розрахунків наведені на рис. 2–5.

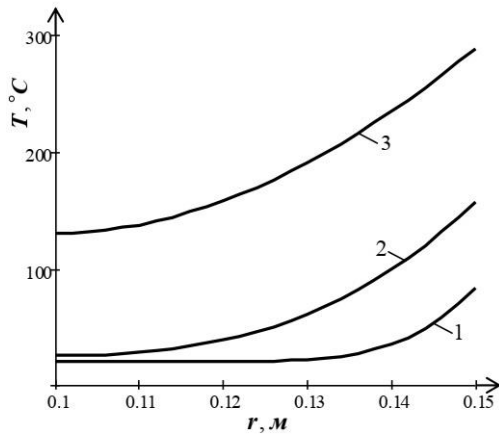


Рис. 2. Температурний розподіл за товщиною колони при $R_1 = 0,1 \text{ м}$ і $R_2 = 0,15 \text{ м}$

1) $t = 1 \text{ хв}$, 2) $t = 5 \text{ хв}$, 3) $t = 20 \text{ хв}$

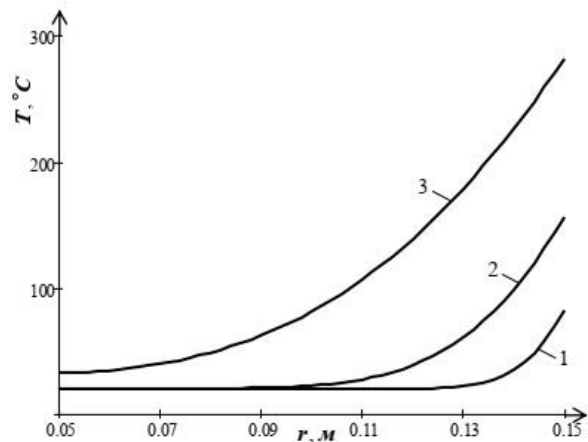


Рис. 3. Температурний розподіл за товщиною колони при $R_1 = 0,05 \text{ м}$ і $R_2 = 0,15 \text{ м}$

1) $t = 1 \text{ хв}$, 2) $t = 5 \text{ хв}$, 3) $t = 20 \text{ хв}$

Аналіз графічних досліджень (рис. 2 і 3) показує, що при збільшенні $R_2 - R_1$ температурний градієнт збільшується, що пояснюється низькою теплопровідністю бетону.

Розглянемо температурний розподіл за товщиною пустотілої колони у випадку більшого коефіцієнта теплообміну зовнішньої поверхні, а саме при $\alpha_2 = 20 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Результати досліджень наведено на рис. 4 і 5.

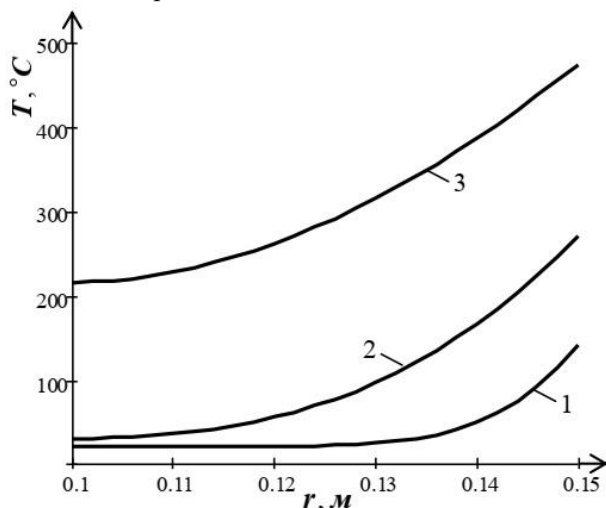


Рис. 4. Температурний розподіл за товщиною колони при $R_1 = 0,1 м$ і $R_2 = 0,15 м$,

$$\alpha_2 = 20 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$$

1) $t = 1$ хв, 2) $t = 5$ хв, 3) $t = 20$ хв

Аналіз рис. 4 і 5 показує, що при збільшенні коефіцієнта теплообміну між колоною та середовищем збільшується температура нагріву колони, а також температурний градієнт у зв'язку з малим коефіцієнтом теплопровідності бетону, що призводить до різкого нагрівання приповерхневого шару колони.

Для оцінки несучої здатності бетонної колони за умов високих температур потрібно дослідити її термонапружений стан, зумовлений зміною температури, часу нагрівання та значення температурного градієнта.

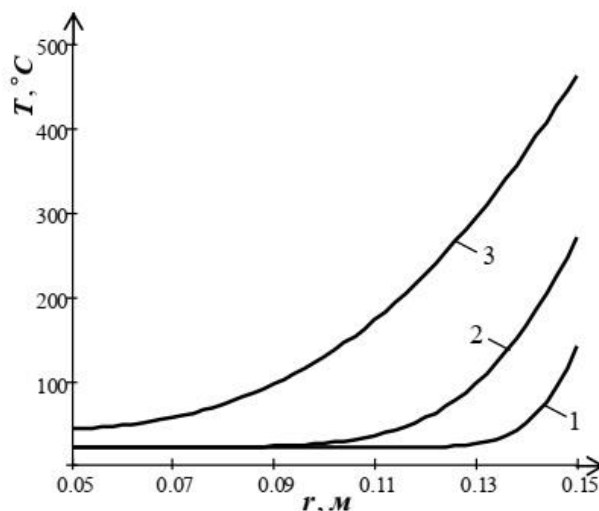


Рис. 5. Температурний розподіл за товщиною колони при $R_1 = 0,05 м$ і $R_2 = 0,15 м$,

$$\alpha_2 = 20 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$$

1) $t = 1$ хв, 2) $t = 5$ хв, 3) $t = 20$ хв

Температурні напруження, які виникають у конструкціях, можна вивчати незалежно від механічних напружень, оскільки внаслідок лінійності рівнянь термопружності повні значення напружень отримують додаванням температурних і механічних напружень. Тому для дослідження впливу цих параметрів на напружено-деформований стан розглянемо пустотілий циліндр, торці якого зацмлені, тобто осьове відносне видовження $\epsilon_z = 0$.

Радіальне переміщення U точок поперечного перерізу колони можна знайти, розв'язавши диференціальне рівняння [2].

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} - \frac{U}{r^2} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_t \frac{dT}{dr}, \quad (6)$$

де U – переміщення, м; α_t – температурний коефіцієнт лінійного розширення, $\frac{1}{К}$;

ν – коефіцієнт Пуассона.

Рівняння (6) можна переписати у вигляді

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d(rU)}{dr} \right] = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_t \frac{dT}{dr},$$

яке після інтегрування матиме такий вид:

$$U = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_t \frac{1}{r} \int_{R_1}^r T(r,t) r dr + C_1 r + \frac{C_2}{r}.$$

Напруження, які діють у радіальному σ_r , кільцевому σ_θ та осьовому σ_z напрямках, запишемо у вигляді [2]

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{\alpha_t E}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \int_{R_1}^r T(r,t) r dr + \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{C_1}{1-2\nu} - \frac{C_2}{r^2} \right), \\ \sigma_\theta &= \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \int_{R_1}^r T(r,t) r dr + \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{C_1}{1-2\nu} + \frac{C_2}{r^2} \right) - \frac{\alpha_t E T(r,t)}{1-\nu}, \\ \sigma_z &= C_1 \frac{2E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} - \frac{\alpha_t E T(r,t)}{1-\nu}, \end{aligned}$$

де E – модуль Юнга, Па.

Сталі C_1 і C_2 знаходять із граничних умов, тобто з рівності нулю радіальних напружень

$\sigma_r|_{r=R_1} = 0$ і $\sigma_r|_{r=R_2} = 0$. Отже,

$$\sigma_r = \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \left(\frac{r^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} T(r,t) r dr - \int_{R_1}^r T(r,t) r dr \right), \quad (7)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \left(\frac{r^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} T(r,t) r dr + \int_{R_1}^r T(r,t) r dr - T(r,t) r^2 \right), \quad (8)$$

$$\sigma_z = \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \left(\frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} T(r,t) r dr - T(r,t) \right). \quad (9)$$

Враховуючи температурний розподіл за товщиною пустотілої колони за різних коефіцієнтів теплообміну та її геометричних розмірів, знайдемо температурні напруження та отримані результати зобразимо графічно, враховуючи фізико-механічні характеристики бетону:

$$\alpha_t = 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K}; \quad \nu = 0,16; \quad E = 0,23 \cdot 10^{11} \text{ Па.}$$

Аналіз графічних досліджень (рис. 8 і 9) показує, що при більшій товщині $R_2 - R_1$ пустотілої колони температурні тангенціальні напруження більші як на стиск, так і на розтяг. Тобто при $t = 20$ хв і $R_1 = 0,05$ м тангенціальні напруження на внутрішній поверхні діють на розтяг $\sigma_\theta(R_1) = 30,9$ МПа, а на зовнішній поверхні на стиск і рівні $\sigma_\theta(R_2) = -51$ МПа. На рис.10, 11 показана залежність осьових температурних напружень від радіуса r при різних проміжках часу та різних радіусах R_1 .

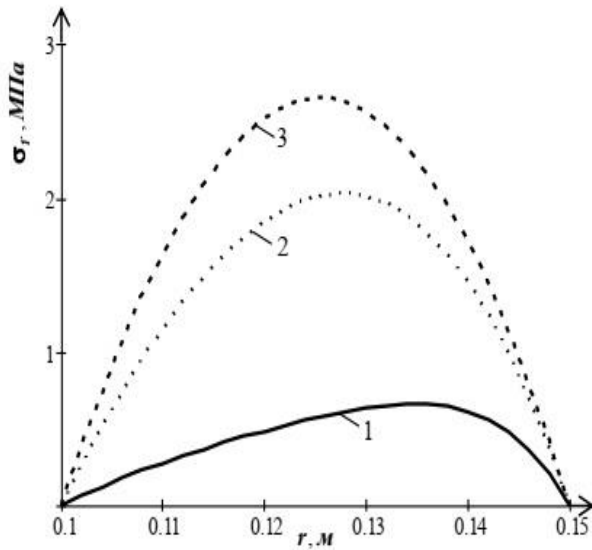


Рис. 6. Радіальні напруження при
 $R_1 = 0,1 \text{ м}$ і $R_2 = 0,15 \text{ м}$
 1) $t = 1 \text{ хв}$, 2) $t = 5 \text{ хв}$, 3) $t = 20 \text{ хв}$

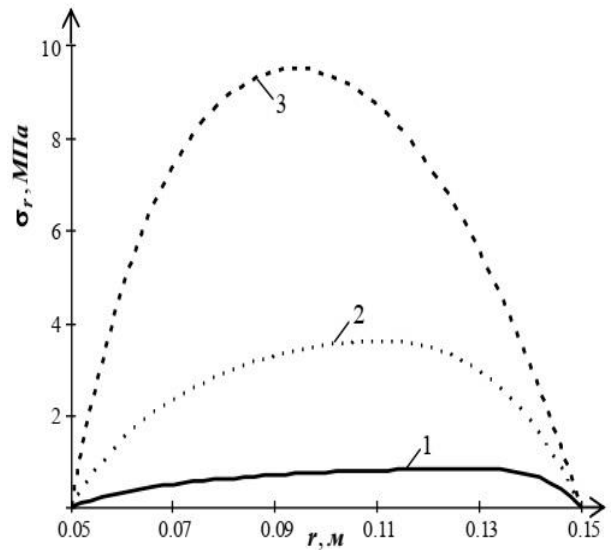


Рис. 7. Радіальні напруження при
 $R_1 = 0,05 \text{ м}$ і $R_2 = 0,15 \text{ м}$
 1) $t = 1 \text{ хв}$, 2) $t = 5 \text{ хв}$, 3) $t = 20 \text{ хв}$

З рис. 6 і 7 висновкуємо, що радіальні напруження залежать від товщини $R_2 - R_1$ пустотілої колони. Тобто у випадку $t = 20 \text{ хв}$ і $R_1 = 0,1 \text{ м}$ максимальні радіальні напруження $\sigma_r = 2,6 \text{ МПа}$, а в разі $R_1 = 0,05 \text{ м}$ $\sigma_r = 9,5 \text{ МПа}$ і ці напруження діють на розтяг.

На рис. 8 і рис. 9 показана залежність значень тангенціальних температурних напружень від радіуса r , де були враховані різні геометричні розміри пустотілої колони, а також різні проміжки часу.

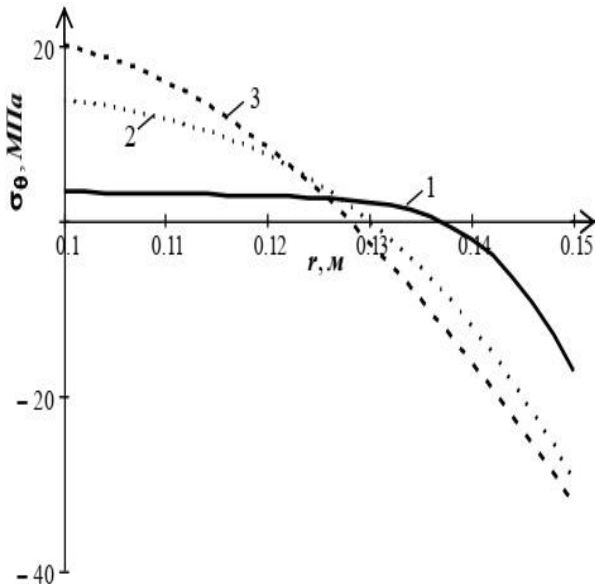


Рис. 8. Тангенціальні напруження при
 $R_1 = 0,1 \text{ м}$ і $R_2 = 0,15 \text{ м}$
 1) $t = 1 \text{ хв}$, 2) $t = 5 \text{ хв}$, 3) $t = 20 \text{ хв}$

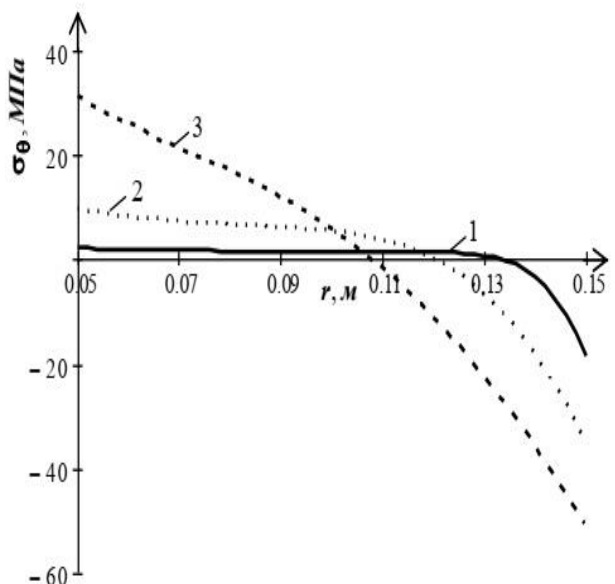


Рис. 9. Тангенціальні напруження при
 $R_1 = 0,05 \text{ м}$ і $R_2 = 0,15 \text{ м}$
 1) $t = 1 \text{ хв}$, 2) $t = 5 \text{ хв}$, 3) $t = 20 \text{ хв}$

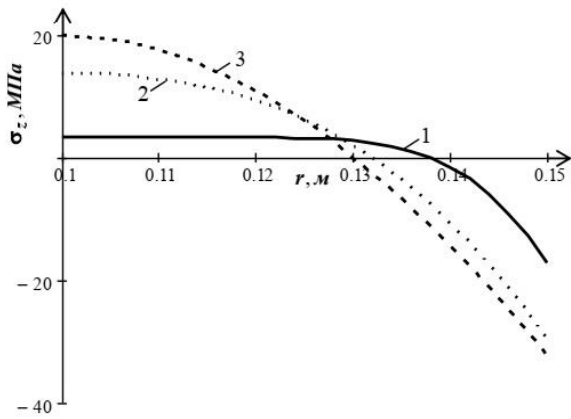


Рис. 10. Осьові напруження при $R_1 = 0,1 \text{ м}$ і $R_2 = 0,15 \text{ м}$

1) $t = 1$ хв, 2) $t = 5$ хв, 3) $t = 20$ хв

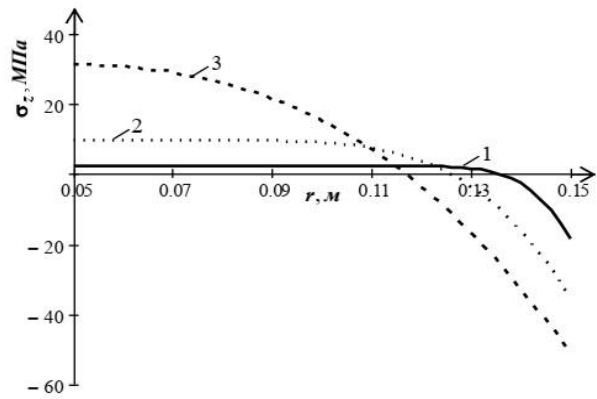


Рис. 11. Осьові напруження при $R_1 = 0,05 \text{ м}$ і $R_2 = 0,15 \text{ м}$

1) $t = 1$ хв, 2) $t = 5$ хв, 3) $t = 20$ хв

З рис. 10 і 11 бачимо, що на внутрішній поверхні осьові напруження діють на розтяг $\sigma_\theta(R_1) = 30,9$ МПа, а на зовнішній поверхні на стиск і рівні $\sigma_\theta(R_2) = -51$ МПа, тобто осьові напруження рівні тангенціальним на внутрішній і зовнішній поверхні пустотілої колони.

На рис. 12 і 13 показана залежність радіальних, тангенціальних та осьових напружень від радіуса r при більшому коефіцієнті теплообміну зовнішньої поверхні із середовищем при $t = 20$ хв.

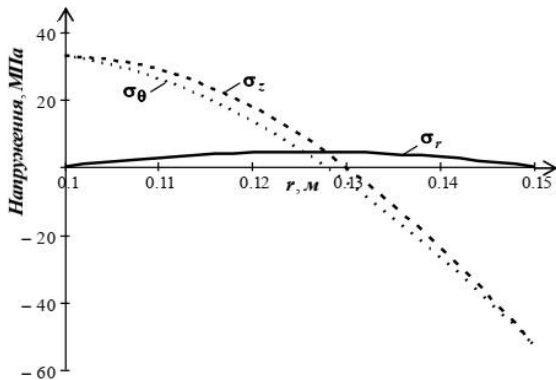


Рис. 12. Напруження при $t = 20$ хв $R_1 = 0,1 \text{ м}$ і $R_2 = 0,15 \text{ м}$,

$$\alpha_2 = 20 \frac{Вт}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$$

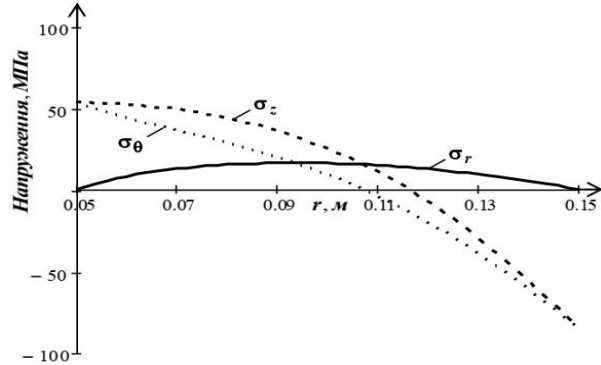


Рис. 13. Напруження при $t = 20$ хв $R_1 = 0,05 \text{ м}$ і $R_2 = 0,15 \text{ м}$,

$$\alpha_2 = 20 \frac{Вт}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$$

Аналіз рис. 12 і 13 показує, що при збільшенні різниці $R_2 - R_1$ осьові та тангенціальні напруження збільшуються як на зовнішній, так і на внутрішній поверхні. Тобто у випадку $R_1 = 0,1 \text{ м}$ і

$\alpha_2 = 20 \frac{Вт}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ осьові й тангенціальні напруження на внутрішній поверхні колони

$\sigma_\theta(R_1) = \sigma_z(R_1) = 32,5$ МПа, а на зовнішній поверхні $\sigma_\theta(R_2) = \sigma_z(R_2) = -52,5$ МПа, тоді

як при $R_1 = 0,05 \text{ м}$ і $\alpha_2 = 20 \frac{Вт}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ осьові та тангенціальні напруження на внутрішній

поверхні колони $\sigma_{\theta}(R_1) = \sigma_z(R_1) = 53,1$ МПа, а на зовнішній поверхні $\sigma_{\theta}(R_2) = \sigma_z(R_2) = -84,9$ МПа.

Висновки. Отримано графічні залежності радіальних, тангенціальних та осьових напружень від радіуса в результаті дії температурних полів різної інтенсивності на стрижневі елементи або колони.

Радіальні напруження у всіх точках є розтяжними і перетворюються в нуль на внутрішній і зовнішній поверхні пустотілої колони.

Осьові та тангенціальні температурні напруження у нашому випадку досягають свого максимального абсолютного значення на зовнішній поверхні пустотілого циліндра, і ці напруження діють на стиск, тому тріщини чи інші пошкодження виникають на зовнішній поверхні.

Встановлено, що досить великий вплив на значення напружень має коефіцієнт теплообміну між колоною та середовищем, а також різниця зовнішнього та внутрішнього радіусів, які при збільшенні дають значне зростання температурних напружень.

Отже, враховуючи результати досліджень, можна підібрати оптимальні параметри, при яких будуть виникати мінімальні температурні напруження для конкретної конструкції.

Бібліографічний список

1. Лыков А. В. Теория теплопроводности. Москва: Высш. шк., 1967. 600 с.
2. Тимошенко С. П., Гудер Дж. Теория упругости. Москва: Наука. 1975. 576 с.
3. Дослідження напружено-деформованого стану циліндричних елементів інженерних споруд спеціального призначення за дії температурного навантаження / Глова Т. Я., Ковальчук Р. А., Кузніцька Б. М. *Військово-технічний збірник*. 2019. № 20. Львів: НАСВ, 2019. С. 3–8. doi: 10.33577/2312-4458.20.2019.3-8.
4. Семерак М. М., Некора О. В., Харишин Д. В. Напружено-деформований стан трубобетонної колони в умовах термосилового впливу пожежі. *Пожежна безпека*. 2017. № 31. С. 115–124.
5. Вогнестійкість циліндричної колони в умовах пожежі / А. М. Домінік, В. М. Байтала, М. М. Семерак, В. В. Чернецький. *Пожежна безпека*. 2013. Вип. 23. С. 76–80.

Стаття надійшла 24.08.2023