

**ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНІ КОМПЛЕКСИ ТА СИСТЕМИ В  
АГРОПРОМИСЛОВОМУ ВИРОБНИЦТВІ**

UDK 621.311.1

**ANALIZA PROCESÓW NIEUSTALONYCH W FRAGMENTCIE SIECI  
ELEKTRYCZNEJ ULTRA WYSOKIEGO NAPIĘCIA, KTÓRA ZAWIERA  
DŁAWIKI POWIETRZNE****Vitaliy Levoniuk, Ph.D, assoc. prof., Taras Muchailovicz, Ph.D, assoc. prof.***Lwowski narodowy uniwersytet przyrodniczy  
Św. Wołodymyra Welyki, 1, Dubljany, rejon zółkowski,  
obwód lwowski, Ukraina,  
e-mail: vitaliy\_levoniuk@ukr.net*<https://doi.org/10.31734/agroengineering2024.28.094>**Levoniuk V., Muchailovicz T. Analiza procesów nieustalonych w fragmencie sieci elektrycznej ultra wysokiego napięcia, która zawiera dławiki powietrzne**

W artykule dokonano analizy publikacji naukowych związanych z badaniem procesów przejściowych w elementach sieci elektrycznych, których kluczowymi elementami są długie linie elektroenergetyczne o rozłożonych parametrach oraz dławiki powietrzne, podczas pracy normalnej i awaryjnej. Analiza wykazała, że problematyka badań procesów przejściowych w długich liniach elektroenergetycznych jest aktualna, lecz niewystarczająco ujawniona w odniesieniu do procesów przejściowych z udziałem dławików bocznikowych. Na podstawie uogólnionej interdyscyplinarnej metody modelowania, która opiera się na modyfikacji całkowitej zasady wariacyjnej Hamiltona-Ostrogradskiego, wybudowany jest model matematyczny fragmentu sieci elektrycznej, głównymi elementami której są długie linie elektroenergetyczne o rozłożonych parametrach, które zawiera dławiki powietrzne. Model prezentowany w jednoliniowym wykonaniu. Opracowany model matematyczny opiera się na równaniu długiej linii z pochodnymi cząstkowymi drugiego rzędu. Do rozwiązania wspomnianego równania proponuje się wykorzystanie warunków brzegowych Neumanna i Poincarégo. Realizacja modelu obiektu została realizowana za pomocą metod numerycznych drogą dystretyzacji równań linii przez metodę prostych. Przeprowadzono poszukiwania napięcia w fikcyjnym węźle elektroenergetycznej linii przesyłowej oraz przedstawiono jego wygląd. Na podstawie opracowanego modelu matematycznego napisano kod programu w algorytmicznym języku programowania Visual Fortran, za pomocą którego przeprowadzono eksperymenty numeryczne.

Za pomocą tego modelu zostało przeanalizowano elektromagnetyczne procesy nieustalone w systemie elektroenergetycznym w stanie symetrycznego trójfazowego zwarcia. Przedstawiono wyniki symulacji komputerowej w postaci rysunków, które zostały przeanalizowane. Także podane rekomendacji dla ewentualnych użytkowników.

**Słowa kluczowe:** przejściowe procesy elektromagnetyczne, dławik powietrzny, linia długa, model matematyczny, warunki brzegowe, równanie linii długiej.

**Levoniuk V., Muchailovich T. Analysis of transient processes in a part of the ultra-high voltage electrical network that contains shunt reactors**

The article examines scientific publications related to the study of transient processes in electrical network elements, particularly focusing on long power lines with distributed parameters and shunt reactors during both normal and emergency operation modes. The analysis indicates that while the research on transient processes in long power transmission lines is pertinent, there is still insufficient exploration regarding those processes associated with shunt reactors. Using a generalized interdisciplinary modeling method, which modifies the integral Hamilton-Ostrogradski variational principle, a mathematical model of a portion of the electrical network has been developed. This model primarily includes long power lines with distributed parameters and incorporates air chokes. The model is presented in a single-line representation. The mathematical model is based on the equation of a long line with second-order partial derivatives. To address this equation, the Neumann and Poincaré boundary conditions are proposed. The object model was implemented through numerical methods by discretizing the line equations using the straight line method. The voltage at the fictitious node of the power transmission line was calculated, and its behavior was illustrated. A program was written in the Visual Fortran programming language based on the developed mathematical model, which facilitated numerical experiments. With this model, electromagnetic transient processes in the power system were analyzed under the condition of a symmetrical three-phase fault. The results of the computer simulation are presented in the form of diagrams that have been thoroughly analyzed, alongside recommendations for potential users.

**Keywords:** transient electromagnetic processes, shunt reactor, long line, mathematical model, boundary conditions, equation of a long line.

**Wstęp.** Jedne z głównych zadań analizy procesów przejściowych w sieciach elektroenergetycznych ma na celu określenie optymalnych warunków jej działania. Stosuje się to analizy zarówno roboczych stanów układu, jaki i stanów awaryjnych. Zadanie to nie jest prostym. Ponadto ze względu na skomplikowanie równań długiej linii zasilania o elektromagnetycznych parametrach rozłożonych. Jednym z takich stanów można rozpatrywać stany zwarcia. Jest znanym, że najbardziej niebezpiecznym z punktu widzenia przewodów linii jest stan symetrycznego trójfazowego zwarcia, co daje nam podstawę dla modelowania linii zasilania w jednofazowym wariacie. A znaczy pominać matematyczne operacji dla równań macierzowo-wektorowych [1].

Jest jasnym, że analiza procesów niestabilnych w elementach sieci elektrycznych jest bardzo kosztowną procedurą. Dlatego współcześnie do rozwiązywania takich problemów szeroko stosuje się aparat modelowania matematycznego, który opiera się na rachunku całkowym, różniczkowym, a także i wariacyjnym. Dlatego zadanie analizy procesów przejściowych w sieci elektroenergetycznej składa się z dwóch etapów: budowy modelu badanej sieci oraz symulacji komputerowej realizacji wybudowanego modelu.

**Analiza najnowszych badań i publikacji.** W światowej literaturze naukowej istnieje duża liczba prac poświęconych analizie procesów przejściowych w sieciach elektrycznych. My rozważymy tylko te, które są najbliższe do treści naszej pracy niniejszej.

W pracy [2] zaproponowano analizę procesów przejściowych w trójfazowych układach elektrycznych drogą ekwiwalencji (równoważności) każdej fazy osobnym obwodowym schematem zastępczym. Formowanie równań stanu elektromagnetycznego obiektu przeprowadzono za pomocą metody napięć węzłowych, a ich rozwiązanie przeprowadzono za pomocą metod numerycznych. Wyniki symulacji procesów niestabilnych prezentowane są w postaci rysunków, które poddawane są analizie.

Algorytm obliczania procesów przejściowych i mocy zwarciowej został stworzony w pracy [3]. Na podstawie tego algorytmu zbudowano model matematyczny sieci elektrycznej i zaimplementowano go w kompleksie oprogramowania *MathCad*. Model matematyczny pozwala odtworzyć charakter zmiany prądu zwarciowego w czasie oraz analizę przejściowych procesów elektromagnetycznych zachodzących się w sieci elektrycznej.

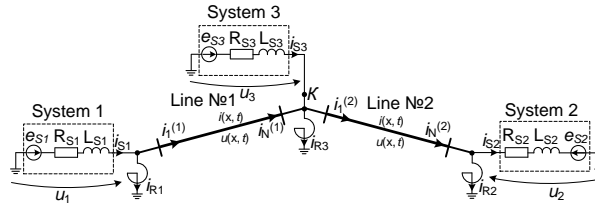
Istnieją również prace, w których prowadzone są analizy procesów przejściowych w kompleksach programowych ATR-EMTR i MATLAB/Simulink [4]. Tutaj warto zauważyć, że wspomniane kompleksy programowe podczas analizy procesów przejściowych w długich liniach (rozwiązywanie równania długiej linii) stosują podejścia uproszczone, w szczególności uwzględniają linii bez strat, pomijając rezystancję czynną i konduktywność linii podczas obliczeń, zmniejszając tym samym adekwatność uzyskanych wyników.

Podsumowując analizę dostępnej literatury można stwierdzić, że w większości przypadków analiza procesów przejściowych prowadzone są z wykorzystaniem schematów zastępczych (wykorzystywane jest tzw. podejścia obwodowe) lub z wykorzystaniem uproszczonych podejść (uwzględniane są wyidealizowane linie itp.).

**Ustalanie celów.** Biorąc wskazane powyższej, **celem pracy** jest wybudowanie adekwatnego modelu matematycznego fragmentu sieci elektroenergetycznej, kluczowym elementem której są długie linie elektroenergetyczne z dławikami powietrznymi, a także na tej podstawie przeprowadzenie analizy procesów przejściowych w wspomnianym obiekcie. Wprowadzenie dodatkowych dławików daje możliwość regulowania napięcia linii zasilania, która przy wielkich długościach występuje jako pojemnościowe obciążenia dla systemu elektroenergetycznego.

**Prezentując główny materiał.** W rysunku 1 przedstawiono analizowany fragment otwartej sieci elektrycznej ultra wysokiego napięcia, który składa się z trzech podukładów elektroenergetycznych, które są reprezentowane przez ich siły elektromotoryczne, wewnętrzne rezystancje czynne oraz indukcyjności. Podukłady elektroenergetyczne są łączone między sobą przez długie linie elektroenergetyczne, do których podłączone są powietrzne dławiki kompensacyjne. Jak było wspomniane rozważamy trójfazową symetryczną sieć elektryczną z otwartym obwodem w wykonaniu jednoliniowym.

Dla wybudowy modelu matematycznego fragmentu sieci elektrycznej, przedstawionego na rysunku 1 wykorzystujemy interdyscyplinarną metodę modelowania matematycznego, która opiera się na modyfikacji integralnej zasady wariacyjnej Hamiltona-Ostrogradskiego, opracowanej w [5].



**Rys. 1.** Fragment otwartej sieci elektrycznej  
**Fig. 1.** Fragment of an open electrical network

Rozszerzona funkcjonalność operacji matematycznej dla badanego układu według Hamiltona-Ostrogradzkiego będzie podobna do tej przedstawionej w [5; 6]:

$$S = \int_0^t L^* dt + \int_0^l \int L_l dl dt, \quad I = \int L_l dl, \quad (1)$$

gdzie  $S$  – akcja według Hamiltona-Ostrogradzkiego,  $L^*$  – rozszerzona funkcja

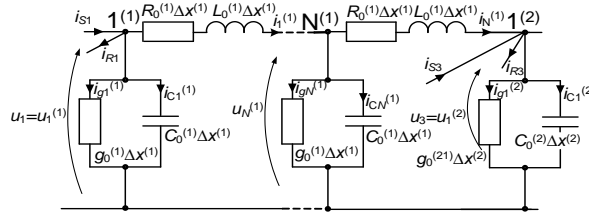
Lagrange'a,  $L_l$  – gęstość liniowa zmodyfikowanej funkcji Lagrange'a,  $I$  – energia funkcjonalna.

$$L^* = \tilde{T}^* - P^* + \Phi^* - D^*, \quad (2)$$

gdzie  $L^*$  – rozszerzona funkcja Lagrange'a,

$\tilde{T}^*$  – energia kinetyczna,  $P^*$  – energia potencjalna,  $\Phi^*$  – rozpraszanie energii,  $D^*$  – energia zewnętrznych sił niepotencjalnych.

Представимы схемат подłączeń елементів аналізованого фрагменту мережі електричної.



**Rys. 2.** Schemat zastępczy podłączeń elementów analizowanego fragmentu sieci elektrycznej  
**Fig. 2.** Equivalent diagram of connecting elements of the analyzed part of the electrical network

Zapišmy elementy rozszerzonej funkcji Lagrange'a [5]

$$T^* = \frac{L_{S1} i_{S1}^2}{2} + \frac{L_{S2} i_{S2}^2}{2} + \frac{L_{S3} i_{S3}^2}{2} + \frac{L_{R,m} i_{R,m}^2}{2}, \quad m = 1, 2, 3; \quad (3)$$

$$\Phi^* = \frac{1}{2} \int_0^t (R_{S1} i_{S1}^2 + R_{S2} i_{S2}^2 + R_{S3} i_{S3}^2 + R_{R,m} i_{R,m}^2) dt, \quad m = 1, 2, 3; \quad (4)$$

$$D^* = \int_0^t (e_{S1} i_{S1} + e_{S2} i_{S2} + e_{S3} i_{S3}) dt; \quad (5)$$

$$\frac{\partial T^{(k)}}{\partial x} \equiv T_l^{(k)} = \frac{L_0^{(k)} Q_t^{2(k)}(x,t)}{2}, \quad \frac{\partial P^{(k)}}{\partial x} \equiv P_l^{(k)} = \frac{1}{2C_0^{(k)}} Q_x^{2(k)}(x,t), \quad (6)$$

gdzie

$$Q_t^{(k)} \equiv \frac{\partial Q^{(k)}(x,t)}{\partial t} = i^{(k)}(x,t), \quad Q_x^{(k)} \equiv \frac{\partial Q^{(k)}(x,t)}{\partial x}; \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(k)}}{\partial x} \equiv \Phi_l^{(k)} = \Phi_B^{(k)} - \Phi_{IB}^{(k)} = \int_0^t \left( \frac{R_0^{(k)}}{2} Q_t^{2(k)}(x,t) - \frac{g_0^{(k)}}{2C_0^{2(k)}} Q_x^{2(k)}(x,t) \right) d\tau, \quad k = 1, 2. \quad (8)$$

gdzie  $L_{S1}, L_{S2}, L_{S3}$  – indukcyjność odpowiednio systemów 1, 2 i 3;  $L_{R,j}$  – indukcyjność  $m$ -go dławika;  $R_{S1}, R_{S2}, R_{S3}$  – aktywna rezystancja systemów 1, 2 i 3;  $R_{R,j}$  – aktywna rezystancja  $m$ -go dławika;  $e_{S1}, e_{S2}, e_{S3}$  – siła elektromotoryczna układów 1, 2 i 3;  $i_{S1}, i_{S2}, i_{S3}$  – prąd systemów 1, 2 i 3;  $i(x, t)$  – prąd w linii;  $R_0, g_0, C_0, L_0$  – rozproszone stałe linii;  $\Phi_B$  – gęstość liniowa zewnętrznego rozpraszania energii;  $\Phi_{IB}$  – gęstość liniowa wewnętrznego rozpraszania energii;  $Q(x, t)$  – ładunek linii;  $k$  – numer linii;  $m$  – numer dławika.

Można zapoznać się z metodą Równania podobnego, przedstawioną na przykład w [7-9]. Dlatego do syntezy syntetycznej proponujemy skończone równania stanu elektromagnetycznego obiektu, rys.1.

$$\frac{\partial v^{(k)}}{\partial t} = \left( C_0^{(k)} L_0^{(k)} \right)^{-1} \left( \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x^2} - \left( g_0^{(k)} L_0^{(k)} + C_0^{(k)} R_0^{(k)} \right) v^{(k)} - g_0^{(k)} R_0^{(k)} u^{(k)} \right), \quad \frac{\partial u^{(k)}}{\partial t} = v^{(k)}; \quad (9)$$

$$\frac{di_{S1}}{dt} = \frac{1}{L_{S1}} (e_{S1} - R_{S1} i_{S1} - u_1), \quad \frac{di_{S2}}{dt} = \frac{1}{L_{S2}} (u_2 - R_{S2} i_{S2} - e_{S2}); \quad (10)$$

$$\frac{di_{S3}}{dt} = \frac{1}{L_{S3}} (e_{S3} - R_{S3} i_{S3} - u_3); \quad (11)$$

$$\frac{di_{R,m}}{dt} = \frac{1}{L_{R,m}} (u_m - R_{R,m} i_{R,m}), \quad m = 1, 2, 3, \quad (12)$$

tutaj  $u_1, u_2, u_3$  – napięcia w obwodach podstawychnych odpowiednio systemów zasilania 1, 2 i 3. Na podstawie drugiego prawa Kirchhoffa zapiszemy dla (9) warunki brzegowe [10]:

$$-\frac{\partial u^{(k)}}{\partial x} = R_0^{(k)} i^{(k)} + L_0^{(k)} \frac{\partial i^{(k)}}{\partial t}. \quad (13)$$

Spiszemy (9) i (13) w dyskretnej przestrzeni dla węzła  $j$  linii (używając pojęcia pochodnej centralnej):

$$\frac{dv_j^{(k)}}{dt} = \left( C_0^{(k)} L_0^{(k)} \right)^{-1} \left( \frac{u_{j-1}^{(k)} - 2u_j^{(k)} + u_{j+1}^{(k)}}{(\Delta x^{(k)})^2} - \left( g_0^{(k)} L_0^{(k)} + C_0^{(k)} R_0^{(k)} \right) v_j^{(k)} - g_0^{(k)} R_0^{(k)} u_j^{(k)} \right), \quad (14)$$

tutaj

$$u_1^{(k)} = u(x, t)|_{x=0}, \quad u_N^{(k)} = u(x, t)|_{x=l}, \quad u_1^{(1)} \equiv u_1, \quad u_1^{(2)} \equiv u_3, \quad u_N^{(1)} \equiv u_3, \quad u_N^{(2)} \equiv u_2; \quad (15)$$

$$-\frac{u_{j+1}^{(k)} - u_{j-1}^{(k)}}{2\Delta x^{(k)}} = R_0^{(k)} i_j^{(k)} + L_0^{(k)} \frac{di_j^{(k)}}{dt}; \quad (16)$$

$$\frac{du_j^{(k)}}{dt} = v_j^{(k)}, \quad j = 1, \dots, N, \quad k = 1, 2. \quad (17)$$

Po przeanalizowaniu równania (14) widać, że aby znaleźć napięcie na pierwszym i ostatnim punkcie dyskretyzacji, należy znaleźć nieznanne napięcia w fikcyjnych węzłach  $u_0^{(k)}$  i  $u_{N+1}^{(k)}$ . Szukajmy napięcia.

Zwróćmy uwagę na równanie ograniczenia skleronomicznego (patrz rys. 2):

$$i_{S1} - i_1^{(1)} - i_{g1}^{(1)} - i_{C1}^{(1)} - i_{R1} = 0, \quad i_{g1}^{(1)} = \Delta x^{(1)} g_0^{(1)} u_1^{(1)}; \quad (18)$$

$$i_{C1}^{(1)} = \Delta x^{(1)} C_0^{(1)} \frac{du_1^{(1)}}{dt} = \Delta x^{(1)} C_0^{(1)} v_1^{(1)}. \quad (19)$$

Różniczkując w czasie (18) i (19), otrzymujemy

$$\frac{di_{S1}}{dt} - \frac{di_1^{(1)}}{dt} - \frac{di_{g1}^{(1)}}{dt} - \frac{di_{C1}^{(1)}}{dt} - \frac{di_{R1}}{dt} = 0, \quad \frac{di_{g1}^{(1)}}{dt} = \Delta x^{(1)} g_0^{(1)} v_1^{(1)}; \quad (20)$$

$$\frac{di_{C1}^{(1)}}{dt} = \Delta x^{(1)} C_0^{(1)} \frac{dv_1^{(1)}}{dt}. \quad (21)$$

Teraz, na podstawie (16) i rys. 2, zapiszemy:

$$\frac{di_1^{(1)}}{dt} = \frac{1}{L_0^{(1)}} \left( \frac{u_0^{(1)} - u_2^{(1)}}{2\Delta x^{(1)}} - R_0^{(1)} i_1^{(1)} \right); \quad (22)$$

$$\frac{di_N^{(1)}}{dt} = \frac{1}{L_0^{(1)}} \left( \frac{u_{N-1}^{(1)} - u_{N+1}^{(1)}}{2\Delta x^{(1)}} - R_0^{(1)} i_N^{(1)} \right); \quad (23)$$

$$\frac{di_N^{(1)}}{dt} = \frac{1}{L_0^{(1)} \Delta x^{(1)}} \left( u_N^{(1)} - R_0^{(1)} \Delta x^{(1)} i_N^{(1)} - u_1^{(2)} \right). \quad (24)$$

Podstawiający w pierwsze równanie wzoru (20) pierwsze równanie z (10), drugie równanie z (20) ze względem (12), (23) przy  $m = 1$ , otrzymujemy:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{L_{S1}} (e_{S1} - R_{S1} i_{S1} - u_1) - \frac{1}{L_0^{(1)}} \left( \frac{u_0^{(1)} - u_2^{(1)}}{2 \Delta x^{(1)}} - R_0^{(1)} i_1^{(1)} \right) - \\ & - \Delta x^{(1)} g_0^{(1)} v_1^{(1)} - \Delta x^{(1)} C_0^{(1)} \frac{dv_1^{(1)}}{dt} - \frac{1}{L_{R1}} (u_1 - R_{R1} i_{R1}) = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Zastępując (14) do (25), który jest napisany dla pierwszego węzła dyskretizacyjnego dla pierwszej linii i czerpiącego z niego napięcie, otrzymamy:

$$\begin{aligned} u_0^{(1)} = & \frac{2 \Delta x^{(1)} L_0^{(1)}}{3} \left[ \frac{1}{L_{S1}} (e_{S1} - R_{S1} i_{S1} - u_1^{(1)}) - \frac{1}{L_{R1}} (u_1 - \right. \\ & \left. - R_{R1} i_{R1}) + \left( \frac{\Delta x^{(1)} g_0^{(1)} R_0^{(1)}}{L_0^{(1)}} + \frac{2}{L_0^{(1)} \Delta x^{(1)}} \right) u_1^{(1)} - \frac{1}{2 L_0^{(1)} \Delta x^{(1)}} u_2^{(1)} - \right. \\ & \left. - \left( \Delta x^{(1)} g_0^{(1)} - \frac{\Delta x^{(1)} (g_0^{(1)} L_0^{(1)} + C_0^{(1)} R_0^{(1)})}{L_0^{(1)}} \right) v_1^{(1)} + \frac{R_0^{(1)}}{L_0^{(1)}} i_1^{(1)} \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

Równania (24) i (25) względem siebie wytworzą:

$$\frac{1}{L_0^{(1)}} \left( \frac{u_{N-1}^{(1)} - u_{N+1}^{(1)}}{2 \Delta x^{(1)}} - R_0^{(1)} i_N^{(1)} \right) = \frac{(u_N^{(1)} - R_0^{(1)} \Delta x^{(1)} i_N^{(1)} - u_1^{(2)})}{L_0^{(1)} \Delta x^{(1)}}. \quad (27)$$

Napięcie w fikcyjnym węźle  $u_{N+1}^{(1)}$  wynosi:

$$u_{N+1}^{(1)} = -2(u_N^{(1)} - u_1^{(2)}) + u_{N-1}^{(1)}. \quad (28)$$

Ze względu na ograniczenia przestrzenne nie dostarczymy wyników dla napięcia w fikcyjnych węzłach drugiej linii, ale zapewnimy wyrażen skończonych:

$$\begin{aligned} u_0^{(2)} = & \frac{2 \Delta x^{(2)} L_0^{(2)}}{3} \left[ \frac{(u_N^{(1)} - R_0^{(1)} \Delta x^{(1)} i_N^{(1)} - u_1^{(2)})}{L_0^{(1)} \Delta x^{(1)}} + \frac{1}{L_{S3}} (e_{S3} - R_{S3} i_{S3} - \right. \\ & \left. - u_1^{(2)}) - \frac{1}{L_{R3}} (u_3 - R_{R3} i_{R3}) + \left( \frac{\Delta x^{(2)} g_0^{(2)} R_0^{(2)}}{L_0^{(2)}} + \frac{2}{L_0^{(2)} \Delta x^{(2)}} \right) u_1^{(2)} + \frac{R_0^{(2)}}{L_0^{(2)}} i_1^{(2)} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2 L_0^{(2)} \Delta x^{(2)}} u_2^{(2)} - \left( \Delta x^{(2)} g_0^{(2)} - \frac{\Delta x^{(2)} (g_0^{(2)} L_0^{(2)} + C_0^{(2)} R_0^{(2)})}{L_0^{(2)}} \right) v_1^{(2)} \right]; \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} u_{N+1}^{(2)} = & \frac{2 L_0^{(2)} \Delta x^{(2)} L_{R2} L_{S2}}{L_{R2} L_{S2} + L_0^{(2)} \Delta x^{(2)} (L_{S2} + L_{R2})} \left[ \frac{u_N^{(2)}}{L_0^{(2)} \Delta x^{(2)}} - \right. \\ & \left. - \frac{R_0^{(2)}}{L_0^{(2)}} i_N^{(2)} + \frac{R_{R2}}{L_{R2}} i_{R2} + \frac{(R_{S2} i_{S2} + e_{S2})}{L_{S2}} \right] + u_{N-1}^{(2)} - 2 u_N^{(2)}. \end{aligned} \quad (30)$$

Obecny w linii można znaleźć poprzez dyskretizację (13) metodą skończonej różnicy, używając pojęcia odpowiedniej pochodnej [5]:

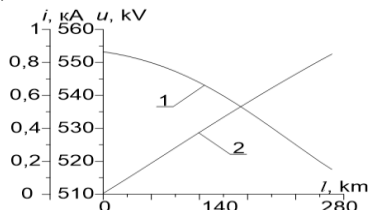
$$\frac{di_j^{(k)}}{dt} = \frac{1}{L_0^{(k)} \Delta x^{(k)}} (u_j^{(k)} - u_{j+1}^{(k)}) - \frac{R_0^{(k)}}{L_0^{(k)}} i_j^{(k)}, \quad j=1, \dots, N, \quad k=1, 2. \quad (31)$$

Wspólnemu całkowaniu podlega: (10) – (12), (14), (17), (31) z uwzględnieniem (26), (28) – (30).

### Wyniki symulacji komputerowej.

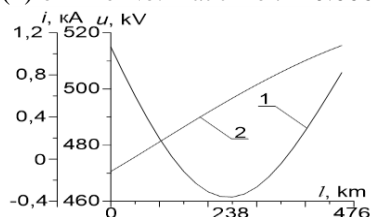
Przeprowadzono symulację komputerową w celu analizy procesów nieustalonych podczas wyjścia systemu w stan ustalony i pracy w stanie zwarciovym. W chwili  $t = 0$  s wszystkie siły elektromotoryczne zostały włączone, po wejściu układu w stan ustalony, w chwili  $t = 0,18$  s nastąpiło zwarcie w punkcie K, rys 1, 2.

Parametry układu. Napięcie – 750 kV.  $e_{S1} = 638 \sin(\omega t + 11,1^\circ)$  kV,  $e_{S2} = 590 \sin(\omega t)$  kV,  $e_{S3} = 605 \sin(\omega t + 5,5^\circ)$  kV,  $R_{S1} = 2,35$  Ohm,  $R_{S2} = 2,6$  Ohm,  $R_{S3} = 2,1$  Ohm,  $L_{S1} = 0,2$  H,  $L_{S2} = 0,15$  H,  $L_{S3} = 0,17$  H.:  $R_0 = 1,9 \cdot 10^{-5}$  Ohm/m,  $L_0 = 9,24 \cdot 10^{-7}$  H/m,  $C_0 = 1,3166 \cdot 10^{-11}$  F/m,  $g_0 = 3,25 \cdot 10^{-11}$  Sm/m.



**Rys. 3.** Rozkład przestrzenny napięcia (1) i prądu (2) na linii Nr 1 w czasie  $t = 0.006$  s

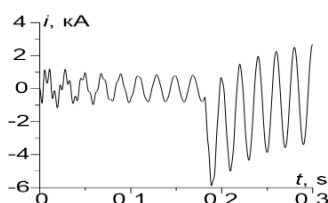
**Fig. 3.** Spatial distribution of voltage (1) and current (2) on line No. 1 at time  $t = 0.006$  s



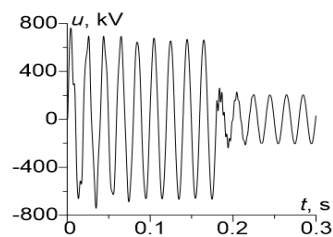
**Rys. 4.** Rozkład przestrzenny napięcia (1) i prądu (2) na linii Nr 2 w czasie  $t = 0.006$  s

**Fig. 4.** Spatial distribution of voltage (1) and current (2) on line No. 2 at time  $t = 0.006$  s

Na rysunkach 3 i 4 przedstawiono rozkłady przestrzenne funkcji napięcia (1) i prądu (2) odpowiednio w liniach nr 1 i nr 2 w czasie  $t = 0,006$  s. Z rysunków widać, że rozkłady przestrzenne funkcji prądu mają nieco podobny charakter i różnią się jedynie wielkością prądu. Tego samego nie można powiedzieć o przestrzennych rozkładach funkcji napięć w liniach nr 1 i nr 2. Analizując przytoczone rysunki widzimy, że napięcie w linii nr 1 ma największą wartość na początku linii, a najmniejszą na końcu. W odniesieniu do linii nr 2, tutaj napięcie ma największe wartości na początku i na końcu linii, a najniższe – w środku.



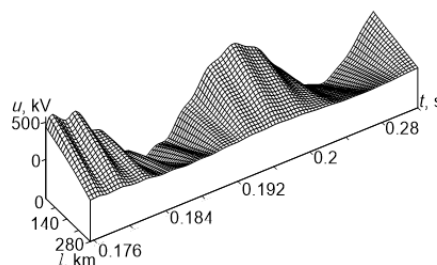
**Rys. 5.** Prąd w końcu linii Nr 2  
**Fig. 5.** Current at the end of line No. 2



**Rys. 6.** Napięcie w połowie linii Nr 1

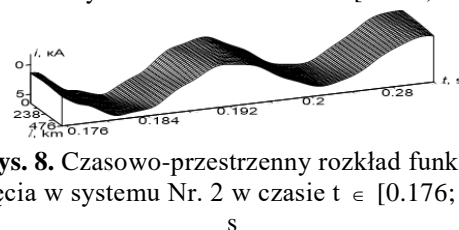
**Fig. 6.** Voltage in the middle of line No. 1

Na rysunkach 5, 6 przedstawiono przebiegi przejściowe prądu na końcu linii Nr 2 (w pobliżu Systemu 2) i napięcia w środku linii Nr 1. Z rysunków widać, że po wejściu układu w stan ustalony chwilowa wartość amplitudy prądu fazowego wynosiła ok. 770 A (rys. 5), a chwilowa wartość amplitudy napięcia fazowego – 650 kV (rys. 6). Po wystąpieniu zwarcia prąd udarowy osiągnął wartość 6 kA (rys. 5), a napięcie w stanie ustalonym obniżyło się do 200 kV (rys. 6).



**Rys. 7.** Czasowo-przestrzenny rozkład funkcji napięcia w systemie Nr. 1 w czasie  $t \in [0.176; 0.32]$  s

**Fig. 7.** Time-spatial distribution of the voltage function in system No. 1 at time  $t \in [0.176; 0.32]$  p



**Rys. 8.** Czasowo-przestrzenny rozkład funkcji napięcia w systemie Nr. 2 w czasie  $t \in [0.176; 0.32]$  s

**Fig. 8.** Time-spatial distribution of the voltage function in system No. 2 at time  $t \in [0.176; 0.32]$  p

W rysunkach 7 i 8 przedstawiono czasowo-przestrzenny rozkład funkcji napięcia linii Nr 1 oraz prądu w linii Nr 2 po stanie zwarcia. Należy odnotować wysoką wartość informacyjną tych ostatnich; polega na tym, że zarówno przestrzenne, jak i czasowe współrzędne tworzą przestrzeń trójwymiarową.

**Wnioski.** 1. Wykorzystanie zmodyfikowanej zasady Hamiltona-Ostrogradskiego umożliwiło zastosowanie podejść interdyscyplinarnych w analizie procesów przejściowych w złożonych elementach sieci elektrycznych. Dlatego zapis równań stanu dynamicznego obiektu sprowadza się do procedury tworzenia elementów rozciągniętego Lagrange'a oraz

równań połączeń sił niestacjonarnych zapisanych w oparciu o prawa elektrotechniki stosowanej.

2. Wprowadzenie dławików powietrznych do długich linii ultra wysokiego napięcia daje możliwość regulowania napięcia sieci energetycznej. W stanach ustalonych to powoduje kompensację mocy biernej.

3. W obwodach elektroenergetycznych, obejmujących długie linie z rozłożonymi parametrami funkcja napięcia na końcach linii zazwyczaj są niewiadome. Fakt ten komplikuje zadanie analizy procesów przejściowych w układach elektrycznych. Istnieje zatem potrzeba znalezienia wspomnianych napięć na podstawie dodatkowych podejść. Aby rozwiązać ten problem, w niniejszej pracy z sukcesem wykorzystano teorię warunków brzegowych drugiego i trzeciego rodzajów do równania długiej linii elektroenergetycznej.

#### Lista bibliograficzna

1. Lezhniuk P., Kulyk V., Netrebskyi V., Teptya V. Principle of least action in electrical engineering and power engineering. Vinnytsia: VNTU, 2014. 212 p.

2. Nobre D. M., Boaventura W. C., Neves W. L., Phase-domain network equivalents for electromagnetic transient studies. *International Conference on Power Systems Transients (IPST'05): materials of the conference* (Montreal, June 9-23, 2005). Montreal, 2005.

3. Huang J., Shen B., Yang F. Simulation model of shipboard low voltage molded case circuit breaker based on PSCAD/EMTDC. *Journal of Power and Energy Engineering*. 2014. № 2. P. 532 – 540.

4. Pereira C., Carneiro S., Szczupak J. Synthesis of transient equivalents using digital

filters for real time simulation of electromagnetic transients in large electric power systems. *International Conference on Power Systems Transients – IPST 2003: materials of the conference* (New Orleans, September 28 – October 2, 2003). New Orleans, 2003.

5. Чабан А. В. Принцип Гамільтона-Остроградського в електромеханічних системах. Львів: В-во Тараса Сороки, 2015. 488 с.

6. Chaban A., Lis M., Szafraniec A., Levoniuk V. An application of the Hamilton-Ostrogradsky principle to the modeling of an asymmetrically loaded three-phase power line. *Energies*. 2022. Vol. 15. Is. 21. 8255.

7. Czaban A., Lis M., Chrzan M., Szafraniec A., Levoniuk V. Mathematical modelling of transient processes in power supply grid with distributed parameters. *Przegląd Elektrotechniczny*. 2018. № 1. p. 17 – 20.

8. Perzynski T., Levoniuk V., Figura R. Transient electromagnetic processes analysis in high voltage transmission lines during two-phase short circuits. *Sensors*. 2023. № 1. P. 298.

9. Chaban A., Lis M., Szafraniec A., Levoniuk V., Chaban V. An analysis of transient processes in a three-phase long power supply line including an asymmetric RLC load. *Przegląd elektrotechniczny*. 2022. № 12. P. 209 – 212.

10. Chaban A., Lis M., Szafraniec A., Levoniuk V. Mathematical modelling of transient processes in a three phase electric power system for a single phase short-circuit. *Energies*. 2022. Vol. 15. Is. 3. P. 1126 – 1143.

Стаття надійшла 20.03.2024