### МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРТЯ ЗА ЗМОЧУВАНОЇ ПЛОЩІ КОНТАКТУ ПАРИ «РОТОР-СТАТОР» У ДВОРОТОРНІЙ ВАКУУМНІЙ ПОМПІ

Валерій Сиротюк, к. т. н., Оксана Березовецька, аспірантка, Сергій Березовецький, к. т. н., Ярослав Шолудько, к. т. н., Руслан Гуменюк, к. т. н., Володимир Буртак, к. т. н. Львівський національний аграрний університет,

вул. Володимира Великого, 1, м. Дубляни, Жовківський р-н, Львівська обл., Україна, e-mail: shtoykoog@i.ua

https://doi.org/10.31734/agroengineering2020.24.131

# Сиротюк В., Березовецька О., Березовецький С., Шолудько Я., Гуменюк Р., Буртак В. Моделювання тертя за змочуваної площі контакту пари «ротор-статор» у двороторній вакуумній помпі

Важливим чинником, що зумовлює надійність роботи виробу, є вибір конструкційних матеріалів, з яких виготовляються пари тертя вакуумних помп, тому розроблення науково-методичних підстав створення їхніх робочих органів є актуальною задачею. На основі аналізу наукових досліджень, передового виробничого досвіду, патентного пошуку щодо вакуумних помп нами встановлено, що експлуатаційно-технологічні показники роторних помп значно кращі, ніж в інших типів. Проте техніко-енергетичні показники вакуумних систем, такі як надійність, компактність, стабільність вакуумметричного тиску, подача та шумність, не повністю задовольняють існуючі вимоги.

Для підвищення ефективності роботи двороторної вакуумної помпи нами усунуто перетікання повітря через радіальний і торцеві зазори за допомогою встановлення у радіальні торцеві зони прилягання робочих органів ізотропних еластичних пластин, а також застосування змащування площ контакту тертьової пари «ротор-статор» водою.

Динаміка ньютонівської рідини змочування (змащування) описується рівнянням Нав'є – Стокса. Враховуємо, що рідина, яка є змащувальним середовищем, являє собою квазістатичний потік. У процесі обертання ротора ізотропна еластична вставка шириною *а* буде деформуватись і створюватиме зазор.

Моделювання роботи двороторної вакуумної помпи, зокрема тертя робочих органів, за присутності змочування площі контакту пари «ротор-статор» призвело до зменшення перетікання повітря через зазори і коефіцієнта тертя зі збільшенням кутової швидкості ротора. При цьому характер зміни коефіцієнта тертя є нелінійним і підпорядковується квадратичній характеристиці. Зі збільшенням кутової швидкості ротора понад **300** рад./с і використання змащувальної рідини коефіцієнт тертя зменшується і наближається до лінійної характеристики. Ключові слова: вакуумна помпа, коефіцієнт тертя, змащування, рух рідини.

## Syrotiuk V., Berezovetska O., Berezovetskyi S., Sholudko Ya., Humeniuk R., Burtak V. Simulation of friction on the wetted contact area of the pair «rotor-stator» in a two-rotor vacuum pump

The important factor that determines reliability of the product is the choice of structural materials from which the friction pairs of vacuum pumps are made. Therefore, development of the scientific and methodological basis for creation of their working bodies is a crucial task. Based on the analysis of scientific research, advanced production experience, patent search for vacuum pumps, we found that the operational and technological performance of rotary pumps is much better than other types. However, the technical and energy performance of vacuum systems such as reliability, compactness, the stability of vacuum pressure, supply, and noise do not fully meet all current requirements.

To increase the efficiency of a two-rotor vacuum pump the authors of the research eliminated the flow of air through the radial and end gaps, by installing the radial end zones of the working bodies of isotropic elastic plates and by applying lubrication of the contact areas of the friction pair «rotor-stator» with water.

The dynamics of the Newtonian wetting fluid (lubrication) is described by the Navier – Stokes equation. The experiment considers the fact that the fluid, being the lubricating medium, is a quasi-static flow. When the rotor rotates, the isotropic elastic insert width a deforms and creates a gap.

Simulation of the operation of a two-rotor vacuum pump, in particular the friction of the working bodies, in the presence of wetting the contact area of the steam «rotor-stator» led to a decrease in airflow through gaps and friction coefficient with an increasing angular velocity of the rotor. In this case, the nature of the change in the coefficient of friction is nonlinear and it is subject to the quadratic characteristic. When the angular speed of the rotor increases by more than 300 rad/s and we use lubricating fluid, the coefficient of friction decreases and approaches the linear characteristic.

Key words: vacuum pump, coefficient of friction, lubrication, fluid movement.

Постановка проблеми. Доїння корів є однією з найскладніших операцій у виробництві молока через безпосередній контакт машини і тварини. Від забезпечення оптимальних пара-

метрів і режимів роботи доїльних апаратів залежать тривала продуктивність тварин і збереження позитивних якостей, набутих у результаті тривалої селекції. Значну роль у цьому відіграє вакуумний режим доїльного апарата, оскільки високий вакуумметричний тиск може призвести до травмування вимені і захворювання тварини на мастит, а низький – до неповного видоювання молока. За умови нестабільного (коливання) тиску – до сповільнення молоковіддачі, неповного видоювання та до збивання і втрати молочного жиру.

Забезпечення тривалої безвідмовної роботи та енергоощадності вакуумної помпи зумовлено зносостійкістю пар тертя робочих органів та їх коефіцієнтом тертя.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження тертя та зношування в різноманітних хімічно-активних та абразивних середовищах із застосуванням фізичного та математичного моделювання дозволить виявити основні чинники та критерії експлуатаційного зміцнення [2] і розробляти трибомеханічні системи мінімального зношування [3].

Постановка завдання. Основним вузлом вакуумної системи є вакуумна помпа. До нерозв'язаних науково-прикладних задач, що знижує надійність вакуумних помп, належить недостатність науково-методичних підстав конструювання та створення цих машин. Сьогодні на світовому ринку вакуумних помп можна знайти понад 150 їх типів, що мають суттєві конструкційні відмінності, обгрунтованість яких недостатня [4]. Важливим чинником, що зумовлює надійність роботи виробу, є вибір конструкційних матеріалів [1], з яких виготовляються пари тертя вакуумних помп, тому розроблення науково-методичних підстав створення їх робочих органів є актуальною задачею. Однак обґрунтуванням вибору конструкційних матеріалів для робочих органів і трибосистем вакуумних помп займалися лише окремі дослідники [2; 3; 8]. На основі аналізу наукових досліджень, передового виробничого досвіду, патентного пошуку раціональних конструкцій вакуумних помп [4 – 7] нами встановлено, що експлуатаційно-технологічні показники роторних помп значно кращі, ніж в інших типів. Проте техніко-енергетичні показники (компактність, постійність вакуумметричного тиску, подача, шумність) та надійність деталей не повністю задовольняють існуючі вимоги, такі як зносостійкість та енергоощадність вакуумних систем [2; 3].

Виклад основного матеріалу. Для підвищення подачі двороторної вакуумної помпи нами зменшено радіальне перетікання повітря за допомогою встановлення в радіальні зони виступів роторів еластичних (пружних) елементів (пластин), а також передбачено змащування площ контакту пари тертя «ротор-статор» водою.

Динаміка ньютонівської рідини змочування (змащування) описується рівнянням Нав'є – Стокса, яке за нестискуваної рідини має такий вигляд [9]:

$$\begin{cases} \rho \frac{dv}{dt} = -\nabla p + \eta \Delta v, \\ \mathbf{div} \ v = \mathbf{0} \end{cases}$$
(1)

де  $\rho$  – густина рідини,  $\frac{k\Gamma}{M^3}$ ; v – швидкість, м/с; t – час, с; p – різниця тисків між камерами нагнітання і всмоктування,  $\frac{H}{M^2}$ ;  $\eta$  – динамічна в'язкість змащувальної рідини,  $\frac{H \cdot c}{M^2}$ ;  $\Delta$  – оператор Лапласа; div – дивергенція швидкості;  $\nabla$  – оператор Набла,  $\nabla \mathbf{p}$  = div p.

Враховуючи, що рідина є змащувальним середовищем, то її можна розглядати як квазістатичний потік. Тоді інерційним членом у рівнянні (1) системи можна знехтувати і отримаємо

$$=\nabla p.$$
 (2)

Розрахункову схему процесу змащування для вакуумної помпи подано на рис. 1.

 $\eta \Delta v$ 



Рис. 1. Розрахункова схема процесу змащування вакуумної помпи:  $R_{cm}$  – радіус статора;  $R_R$  – радіус ротора по виступу вставки;  $\vartheta$  – лінійна швидкість на кінці ротора; x, z – осі;  $\omega$  – частота обертання; a –

товщина ізотропної еластичної вставки

**Fig. 1.** The calculated scheme of the process of the vacuum pump lubricating:  $R_{cm}$  – stator radius;  $R_R$  – the radius of the rotor on the protrusion of the insert;  $\vartheta$  – linear velocity at the end of the rotor; x, z – axis;  $\omega$  – rotary speed; a – the thickness of the isotropic elastic insert

Розглядаємо стаціонарний рух рідини, тоді  $\vartheta = \vartheta(z)$ . Відповідно рівняння (2) матиме вигляд

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \eta \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \cdot \vartheta_x = \eta \frac{\partial^2 \vartheta_x}{\partial z^2}.$$
 (3)

Враховуючи, що по осі  $z \ \vartheta_z = const$ , рівняння (3) набуде вигляду для осі z

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \eta \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \cdot \vartheta_z = \mathbf{0}. \tag{4}$$

Перепишемо рівняння (3) в такому вигляді:

$$\eta \cdot \partial^2 \vartheta_x = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \partial z^2.$$
 (5)

Проінтегруємо рівняння (5).

Перший інтеграл рівняння (5) матиме виг-

ляд

$$\eta \frac{\partial \vartheta_x}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot z + C_1,$$

а другий –

$$\eta \cdot \vartheta_{x} = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{z^{2}}{2} + C_{1} \cdot z + C_{2}.$$
(6)  
Для граничних умов  
$$\vartheta_{x(z=0)} = -\vartheta_{0}; \ \vartheta_{(z_{i})} = \mathbf{0}$$

матимемо

$$\begin{aligned} C_2 &= -\eta \cdot \vartheta_0; \qquad C_1 = \frac{\eta \cdot \vartheta_0}{z} - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{z}{2}. \\ \text{Тоді рівняння (6) буде мати вигляд} \\ \eta \cdot \vartheta_x &= \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{z_i(z_i - z)}{2} + \frac{\eta \cdot \vartheta_0}{z} \cdot z_i - z, \end{aligned}$$
(7)

де  $z_i$  – значення за висотою зазору  $z, z_i = 0 \dots z$ .

Однак у процесі обертання ротора еластична вставка шириною а буде вигинатись і створювати зазор, який за ходом обертання ротора буде відповідно  $z_1$  і  $z_0$  (див. рис. 1). Відповідно виконуватиметься умова

$$z_1 > z_0.$$
 (8)

Перепишемо рівняння (7), як

$$\vartheta_x = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{z_i(z_i - z)}{2 \cdot \eta} + \frac{\vartheta_0}{z} \cdot (z_i - z), \tag{9}$$

де $\frac{\partial p}{\partial x}$  = grand.

Умова нерозривності для рідини повинна забезпечити, щоб через кожен поперечний переріз зазору в одиницю часу протікала однакова кількість рідини  $Q_p$ :

$$\frac{Q_p}{L} = \int_0^{z_h} \vartheta_x(z) \cdot dz. \tag{10}$$

У рівняннях (9) і (10) приймаємо, що висоту зазору z позначимо через  $z_h$  ( $z \Rightarrow z_h$ ), а змінна  $z_i$  буде z ( $z_i \Rightarrow z$ ).

Тоді

$$\frac{Q_p}{L} = \int_0^{z_h} \left( p' \cdot \frac{z(z-z_h)}{2\eta} + \frac{v_0}{z_h} \cdot (z-z_h) \right) \cdot dz = -p' \cdot \frac{z_h^3}{12\eta} - \frac{v_0 \cdot z_h}{2} = const.$$
(11)

3 рівняння (11) визначаємо  $\frac{dp}{dx}$ , позначивши через  $\frac{2Q_p}{Lv_0} = K$  – величину константи:

$$\frac{dp}{dx} = -\mathbf{6} \cdot \eta \cdot \nu_0 \left( \frac{1}{z_h^2} + \frac{K}{z_h^3} \right). \tag{12}$$

Приймаємо лінійною залежність висоти від координат:

$$z_h = z_0 + K_x \cdot x_s$$

тоді рівняння (12) матиме вигляд

$$dp = -6\eta \cdot v_0 \left( \frac{1}{(z_0 + K_x \cdot x)^2} + \frac{K}{(z_0 + K_x \cdot x)^3} \right) dx.$$

Проінтегрувавши його по ширині вставки, одержимо

$$P = -6\eta \cdot v_0 \int_0^a \left( \frac{d(z_0 + K_x \cdot x)}{K_x (z_0 + K_x \cdot x)^2} + \frac{K \cdot d(z_0 + K_x \cdot x)^2}{K_x (z_0 + K_x \cdot x)^3} \right) = P_{\text{cep}} = -6\eta \cdot v_0 \left( -\frac{1}{K_x} \left( \frac{1}{z_0 + K_x \cdot a} - \frac{1}{z_0} \right) - \frac{K}{2K_x} \left( \frac{1}{(z_0 + K_x \cdot a)^2} - \frac{1}{z_0^2} \right) \right).$$
(13)  
Sume upwidthere  $x = 0$  i  $P(0) = P_{\text{core}}$  to ui

$$P = P_{ext} + \frac{3 \eta \cdot v_0}{K_x} \cdot \left[ \left( \frac{2}{z} - \frac{2}{z_0} \right) + K \left( \frac{1}{z^2} - \frac{1}{z_0^2} \right) \right].$$
(14)

За x=a,  $P(a) = P_{ext}$ , тоді з рівняння (12) визначимо *K*, враховуючи  $z = z_1$ :

$$K = \frac{2z_1 \cdot z_0}{z_0 + z_1}.$$
 (15)

Тоді рівняння (14), враховуючи (15), набуде такого вигляду:

$$P = P_{ext} + \frac{3 \cdot \eta \cdot v_0}{K_x} \cdot \left( \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{z_0} \right) + \frac{2 \cdot z_1 \cdot z_0}{z_0 + z_1} \left( \frac{1}{z^2} - \frac{1}{z_0^2} \right) \right).$$
(16)

Визначаємо поле швидкостей з рівняння (9), підставивши в нього диференціал рівняння (16), отримаємо

$$\vartheta_{x} = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{z(z-z_{h})}{2\cdot\eta} + \frac{\vartheta_{0}}{z_{h}} \cdot (z-z_{h});$$
  

$$\vartheta_{x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{3\cdot\eta\cdot\vartheta_{0}}{K_{x}} \cdot \left(\frac{1}{z_{0}+K_{x}\cdot x} - \frac{1}{z_{0}}\right) + \frac{2z_{1}\cdot z_{0}}{z_{0}+z_{1}} \cdot \left(\frac{1}{(z_{0}+K_{x}\cdot x)^{2}} - \frac{1}{z_{0}^{2}}\right) \right] \times$$
  

$$\times \frac{z(z-z_{h})}{2\cdot\eta} + \frac{\vartheta_{0}}{z_{h}} \cdot (z-z_{h});$$
  

$$\vartheta_{x} = \vartheta_{0} \cdot (z-z_{h}) \cdot \left[\frac{1}{z_{h}} - \frac{3}{2\cdot z} - \frac{6z_{1}\cdot z_{0}}{(z_{0}+z_{1})\cdot z^{2}}\right].$$
 (17)

Визначимо сили  $F_N$  і  $F_x$ . Для сили, що діє по нормалі, складаємо рівняння

$$F_{N} = \iint (P - P_{ext}) \cdot dx dy =$$
  
=  $\int_{0}^{L} dy \int_{0}^{a} \frac{3 \cdot \eta \cdot \theta_{0}}{K_{x}} \left( \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{z_{0}}\right) + \frac{2z_{1} \cdot z_{0}}{z_{0} + z_{1}} \left(\frac{1}{z^{2}} - \frac{1}{z_{0}^{2}}\right) \right) dx, (18)$ 

або

$$F_N = \frac{L \cdot 3 \cdot \eta \cdot \vartheta_0}{K_x} \int_0^a \left( \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{z_0} \right) + \frac{2z_1 \cdot z_0}{z_0 + z_1} \left( \frac{1}{z^2} - \frac{1}{z_0^2} \right) \right) dx.$$
(19)

де *L* – ширина еластичної вставки, м.

Проведемо заміну:

$$z = z_0 + K_x \cdot x,$$
  

$$dz = K_x \cdot dx \Rightarrow dx = \frac{dz}{K_x};$$
  

$$K_x = \frac{z - z_0}{x};$$

Якщо  $x = a, z = z_1$ , тоді

$$a = \frac{z_1 - z_0}{K_x}$$
 also  $K_x = \frac{z_1 - z_0}{a}$ .

Перепишемо рівняння (19), провівши заміну dx на dz:

$$F_{N} = \frac{L \cdot 3 \cdot \eta \cdot \vartheta_{0} \cdot a^{2}}{(z_{1} - z_{0})^{2}} \int_{z_{0}}^{z_{1}} \left( \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{z_{0}} \right) - \frac{2z_{1} \cdot z_{0}}{z_{0} + z_{1}} \left( \frac{1}{z^{2}} - \frac{1}{z_{0}^{2}} \right) \right) dz.$$
(20)

Проінтегрувавши рівняння в межах від  $z_0$  до  $z_1$ , одержимо

$$F_N = \frac{S_{\mathrm{K}} \cdot a \cdot 3 \cdot \vartheta \cdot \vartheta_0}{(z_1 - z_0)^2} \cdot \left[ \ln \frac{z_1}{z_0} - \frac{z_1 \cdot z_0}{z_0} \left( 1 + \frac{2(z_1 - z_0)}{z_0 + z_1} \right) \right], (21)$$
  
де  $S_{\mathrm{K}}$  – площа контакту,  $S_{\mathrm{K}} = L \cdot a$ , м<sup>2</sup>.

Сила, що діє по дотичній, залежить від в'язкого напруження

$$\sigma_{xz} = \eta \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial z}.$$
 (22)

Тоді силу виразимо такою залежністю:

$$F_{x} = \eta \int_{S_{\kappa}} dx dy \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \Big|_{z=0}.$$
 (23)

Підставимо у рівняння (10) значення  $\frac{\sigma \rho}{\partial x}$  з рівняння (12), замінивши константу К (24), отриману для градієнта тиску

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\mathbf{6} \cdot \eta \cdot \vartheta_0 \left( \frac{1}{z_x^2} + \frac{2z_1 \cdot z_0}{(z_0 + z_1) \cdot z_x^3} \right),$$
  
для швидкості –

 $\vartheta = -3\vartheta_0 \left( \frac{1}{z_x^2} + \frac{2z_1 \cdot z_0}{(z_0 + z_1) \cdot z_x^3} \right) \cdot z(z - z_h) + \frac{\vartheta_0}{z_h} (z - z_h).$  (24) Продиференціюємо рівняння (24) по dz і

одержимо

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial z} = -3\vartheta_0 \left( \frac{1}{z_x^2} + \frac{2z_1 \cdot z_0}{(z_0 + z_1) \cdot z_x^2} \right) (2z - z_h) + \frac{\vartheta_0}{z_h}.$$
 (25)

Враховуємо, що умова z = 0, тоді  $z_h$  – змінна величина від ординати *x*. Відповідно  $z_x \equiv z_h$ . Тоді рівняння (25) набуде вигляду, прийнявши, що  $z_x \equiv z_h \equiv z(x) \Rightarrow z$ 

$$\frac{\partial v}{\partial z}\Big|_{z=0}^{x=L} = v_0 \left(\frac{3}{z} + \frac{6z_1 z_0}{(z_0 + z_1) z^2}\right) + \frac{v_0}{z}.$$
(26)

Підставивши рівняння (26) у рівняння (23), отримаємо

$$F_x = \eta \int_0^L dy \cdot \int_0^a \left( \vartheta_0 \left( \frac{3}{z} + \frac{6z_1 z_0}{(z_0 + z_1) z^2} \right) + \frac{\vartheta_0}{z} \right) dx.$$

Проведемо заміну аналогічно, як для рівняння (20). Отримаємо

$$F_{\chi} = \frac{\eta \cdot S_{\kappa} \cdot \vartheta_0}{z_1 - z_0} \Big( 4 \ln \frac{z_1}{z_0} + \frac{6(z_1 - z_0)}{z_1 + z_0} \Big).$$
(27)

Коефіцієнт тертя визначаємо із залежності  $F_x = f_{\rm T} \cdot F_N$ .

$$f_{\rm T} = \frac{F_{\chi}}{F_N} = \frac{z_1 + z_0}{3 \cdot a} \cdot \left( \frac{4 \ln \frac{z_1}{z_0} + \frac{6(z_1 - z_0)}{z_1 + z_0}}{\ln \frac{z_1}{z_0} - \frac{z_1 - z_0}{z_0} \left(1 + \frac{2(z_1 - z_0)}{z_1 + z_0}\right)} \right).$$
(28)

3 рівняння (21) знайдемо величину зазору:

$$z_{1} - z_{0} = \sqrt{\frac{S_{\kappa} \cdot a \cdot 3 \cdot \eta \cdot \vartheta_{0}}{F_{N}} \cdot \left( \ln \frac{z_{1}}{z_{0}} - \frac{2(z_{1} - z_{0})}{z_{1} + z_{0}} \right)}.$$
 (29)

Тоді коефіцієнт тертя визначатиметься залежністю

$$f_{\rm T} = \left( \sqrt[2]{\frac{S_{\rm K} \cdot \eta \cdot \vartheta_0}{F_{\rm N} \cdot 3 \cdot a} \cdot \left( \ln \frac{z_1}{z_0} - \frac{2(z_1 - z_0)}{z_1 + z_0} \right)} + \frac{z_0^2}{6 \cdot a} \right) \cdot \frac{4 \ln \frac{z_1}{z_0} + \frac{6(z_1 - z_0)}{z_1 + z_0}}{\ln \frac{z_0}{z_0} - \frac{z_1 - z_0}{z_0} \left( 1 + \frac{2(z_1 - z_0)}{z_1 + z_0} \right)}$$
(30)

Приймаємо 
$$F_N/S_{\kappa} = P_N$$
,

$$4\ln\frac{z_1}{z_0} + \frac{6(z_1 - z_0)}{z_1 + z_0} = \varepsilon.$$

Тоді залежність (30), враховуючи, що  $\vartheta_0 = \omega \cdot R$ , набуде вигляду

$$f_{\rm T} = \left( \sqrt{\frac{\eta \cdot \omega \cdot R}{3 \cdot P_{\rm N} \cdot a}} \left( \ln \frac{z_1}{z_0} - \frac{2(z_1 - z_0)}{z_1 + z_0} \right) + \frac{z_0^2}{6 \cdot a} \right) \cdot \frac{\varepsilon}{\xi}, \qquad (31)$$

де  $\eta$  – динамічна в'язкість змащувальної рідини,  $\frac{\text{H}\cdot\text{c}}{\text{M}^2}$ ;  $\omega$  – кутова швидкість ротора, с<sup>-1</sup>;  $P_N$  – тиск, створюваний нормальною силою на одиницю площі контакту зони тертя еластичної вставки,  $\frac{\text{H}}{\text{M}^2}$ ; a – ширина контакту – ширина еластичної вставки в роторі, м.

Очевидно, що зі зміною кутової швидкості  $\omega$  і тиску  $P_N$  зазори  $z_1$  змінюватимуться. Тиск призводитиме до збільшення зазору від кутової швидкості.

За результатами проведеного моделювання побудовано графік залежностей  $f_{\rm T} = f(F_N, \omega)$  (рис. 2), з якого видно, що зі збільшенням кутової швидкості ротора коефіцієнт тертя зменшується.



Рис. 2. Залежність коефіцієнта тертя еластичної вставки від кутової швидкості ротора ( $\omega$ ) і нормальної сили ( $F_N$ ), створюваної еластичною вставкою на статор

Fig. 2. Dependence of the coefficient of friction of the elastic insert on the rotor speed ( $\omega$ ) and the normal force ( $F_N$ ) generated by the elastic insert on the stator

Отримавши аналітично залежність коефіцієнта тертя від нормального тиску і кутової швидкості ротора, можна здійснити математичне моделювання процесу роботи вакуумної помпи з метою обґрунтування її параметрів.

### Висновки

1. За кутової швидкості ротора  $\omega = 100$  рад./с і нормальної сили  $F_N = 65$  Н коефіцієнт тертя з використанням для змащування води буде становити  $f_T = 0,044$ , а за кутової швидкості  $\omega = 300$  рад./с –  $f_T = 0,036$ .

2. За нормальної сили у  $F_N = 135$  Н відповідно коефіцієнт тертя буде становити: за  $\omega = 100$  рад./с –  $f_T = 0.062$ , а за  $\omega = 300$  рад./с –  $f_T = 0.039$ . При цьому характер зміни коефіцієнта тертя є нелінійним і підпорядковується квадратичній характеристиці.

3. Із збільшенням частоти обертання коефіцієнт тертя, з використанням змащувальної рідини, зменшується і наближається до лінійної характеристики за кутової швидкості  $\omega = 300$  рад./с.

### Бібліографічний список

1. Анурьев В. И. Справочник конструкторамашиностроителя: справочник. Москва: Машиностроение, 2006. 926 с.

2. Бартенев Г. М. Природа и механизм трения каучукоподобных полимеров в различных физических состояниях. *Механика полимеров*. 1967. № 1. С. 123-155.

3. Боуден Ф. П. Трение и смазка твердых тел: учеб. пособие. Москва: Тейбор, 1968. 542 с.

4. Пичкова А. В. Насосы вакуумные, шестеренные, винтовые, поршневые: каталог ВАМИ. Ленинград, 1977. 196 с.

5. Rongjian S., Libo W., Honghao S., He L. Development of Roots Vacuum Pump Fault Diagnosis Software Based on LABVIEW. *Chinese Hydraulics & Pneumatics*. 2015. Vol. 11. P. 21–25.

6. Sun S. K., Zhou Q., Wen J., Peng X. Y. Threedimensional numerical simulation and experimental validation of flows in working chambers of roots blowers with backflow design. *IOP Science. Conf. Series: Materials Science and Engineering:* 10th International Conference on Compressors and their Systems. China, 2017. No. 232. P. 1–10.

 Вакуумний насос: пат. 18566 Україна: А01С3/04; u200605094; заявл. 10.05.2006; опубл. 15.11.2006, Бюл. № 11.4 с.

8. Сиротюк В. М., Березовецька О. Г., Гайдучок В. М., Березовецький С. А. Трибомеханічні системи вакуумних насосів з вдосконаленими роторами. Вісник Львівського національного аграрного університету: агроінженерні дослідження. 2008. № 6. С. 138–142.

9. Седов Л. И. Механика сплошной среды: учеб. для вузов. Москва: Наука, 1983. Т. 1. 528 с.

Стаття надійшла 09.10.2020